

Ministerul Educației al Republicii Moldova
Universitatea de Stat „Alecu Russo” din Bălți
Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului
Catedra de Matematică și Informatică

Curriculumul pentru unitatea de curs

Logica matematică

Studii cu frecvență la zi

Bălți, 2014

Curriculum-ul la unitatea de curs *Logica matematică* a fost discutat la ședința Catedrei de Matematică și Informatică, Procesul- verbal nr.12 din 9 mai 2014

Șeful Catedrei _____ conf. univ., dr., Eugeniu Plohotniuc

Curriculum-ul la unitatea de curs *Logica matematică* a fost aprobat la ședința Consiliului Facultății de Științe Reale, Economice și ale Mediului, Procesul verbal nr. 9 din 19 iunie 2014

Decanul facultății _____ prof. univ., dr. hab., Pavel Topală

Informații de identificare a cursului

Facultatea: Facultatea Științe Reale, Economice și ale Mediului

Catedra: Matematică și Informatică

Domeniul general de studiu: 14 Științe ale Educației

Domeniul de formare profesională: 141 Educație și formarea profesorilor

Denumirea specializării: 141.01 Matematică și 141.02 Informatică, ciclul I, studii superioare de licență

Denumirea disciplinei: *Logica matematică*

Administrarea unității de curs:

Codul unității de curs	Credite ECTS	Total ore	Repartizarea orelor				Forma de evaluare	Limba de predare
			Prel.	Sem.	Lab.	l.ind.		
F.01.O.003	3	90	30	30	-	30	Examen	română

Statutul: fundamental obligatoriu

Informații referitoare la cadrul didactic

Titularul cursului—Popovici Tatiana, lector universitar, a absolvit Universitatea de Stat "Alec Russo" din Bălți, specialitatea "Matematică și Informatică". A realizat o serie de lucrări științifice în domeniul Logica matematică, algebra și teoria numerelor.

Biroul: aula 208

Telefon: 0231 52 337

E-mail: tanea-popovici@mail.ru, tanea-popovich@mail.ru

Orele de consultații: miercuri, 14¹⁰ – 15³⁰. Consultații se oferă atât în regim față-în-față, cât și prin utilizarea poștei electronice sau Skype. Numele în Skype: popovici_tatiana

Integrarea cursului în programul de studiu

Programul de studii „Matematica și Informatica” este un program din domeniul 141, Științe ale Educației, iar absolventul acestei specialități obține calificarea de profesor de matematică și informatică. Astfel, cursul de logică matematică reprezintă un curs fundamental al specialității și fundamentează relația dintre disciplinele matematice și informatice, precum arhitectura calculatorului, bazele programării, algebră liniară, analiză matematică. Cursul pregătește studentul pentru conștientizarea conținuturilor, atât la unitățile de curs matematice, cât și la didactica disciplinei.

Competențe prealabile:

i) *Competențe cognitive*

- de cunoaștere a conceptelor de bază ale matematicii elementare;
- de cunoaștere a conceptelor logicii matematice, precum: noțiune de propoziție, operație logică;
- de descriere a proprietăților operațiilor logice;
- de identificare a situațiilor problemă ce pot fi rezolvate prin intermediul logicii matematice;

ii) *Competențe de aplicare*

- de stabilire a valorii de adevăr a propoziției logice;
- de operare cu algoritmi specifici logicii matematice, precum: tabelul de adevăr, metoda reducerii la absurd.
- de utilizare a metodelor logicii matematice în rezolvarea diverselor situații din viața cotidiană.

Competențe dezvoltate în cadrul cursului:

i) *Competențe cognitive*

- de cunoaștere a noțiunilor fundamentale ale logicii matematice;
- de cunoaștere a aplicațiilor logicii matematice în diverse domenii;
- de cunoaștere a proprietăților operațiilor asupra mulțimilor, propozițiilor, predicatelor;
- de cunoaștere a identităților fundamentale ale logicii matematice;
- de formulare a teoremelor reciproce, opuse directe și opuse reciproci.

ii) *Competențe de aplicare*

- de identificare a problemelor ce pot fi soluționate prin intermediul metodelor logicii matematice;
- de demonstrare a proprietăților operațiilor asupra mulțimilor, utilizând diverse metode;
- de demonstrare a identităților fundamentale ale logicii matematice;
- de demonstrare a proprietăților operațiilor logice asupra propozițiilor și predicatelor;
- de stabilire a tipurilor de formule logice, utilizând diverse metode;
- de determinare a FNDP și FNCP a formulelor logicii propozițiilor;
- de determinare a formelor prenexe a formulelor logicii predicatelor;
- de utilizare a relației de consecință logică la construcția deductivă a matematicii;
- de identificare și aplicare a metodei de demonstrare a diferitor tipuri de probleme;
- de clasificare a noțiunilor matematice după diverse criterii;
- de stabilire a relațiilor dintre diverse noțiuni;
- de stabilire a relației de consecință logică între diverse formule ale logicii propozițiilor și logicii predicatelor;

- de rezolvare a problemelor de logică.

iii) *Competențe de analiză și predicție*

- de explicare a conținuturilor teoretice ale disciplinei;
- de explicare a metodelor de demonstrație a teoremelor;
- de selectare a metodei eficiente de rezolvare a problemelor logice;

iv) *Competențe de comunicare*

- de a explica în limba maternă într-o manieră clară și precisă, oral și în scris, a conținuturilor teoretice de bază a logicii matematice;
- de descriere a metodelor specifice disciplinei.

v) *Competențe de învățare*

- de formulare a obiectivelor cognitive și de alegere a metodelor de atingere a lor, utilizând diverse operații ale gândirii.

Finalitățile cursului:

Studentul va fi capabil:

- să identifice conceptele logicii propozițiilor și logicii predicatelor în diferite contexte, în special în cele matematice;
- să utilizeze conceptele și algoritmi specifici calculului propozițional și calculului predicatelor atât în contexte de logică matematică, cât și în contexte de matematică științifică și/sau școlară;
- să soluționeze problemele logicii matematice prin diferite metode.

Conținuturi:

Nr. D/o	Denumirea și conținutul scurt al temei	P (ore)	S (ore)	I (ore)
Unitatea de conținut I. Logica propozițiilor.				
1.	Mulțimi. Operații asupra mulțimilor. Proprietăți.	1	1	1
2.	Noțiune de propoziție. Valoarea de adevăr a propoziției.	1	1	1
3.	Principiile logicii matematice. Principiul dualității.	1	-	1
4.	Operații asupra propozițiilor logice. Proprietăți.	2	2	3
5.	Formule în calculul propozițional. Tipologia formulelor logice	1	2	2
6.	Forme normale ale formulelor logice. Forme normale perfecte.	2	2	2
7.	Sisteme complete de funcții logice.	2	1	1
8.	Logica booleană. Legile logicii booleene.	1	1	2
9.	Relația de consecință logică. Aplicații.	1	1	1
	<i>Evaluare sumativă</i>	-	2	-
	<i>Total unitatea de conținut I</i>	12	13	14
Unitatea de conținut II. Logica predicatelor.				
10.	Predicate. Tipologia predicatelor. Domeniul de definiție și mulțimea de adevăr a predicatelor.	1	1	1
11.	Operații asupra predicatelor. Proprietăți.	1	1	1
12.	Cuantificatori. Ordinea cuantificatorilor.	1	1	1
13.	Forme normale predicative.	1	1	1
14.	Relația de echivalență între formulele logicii predicatelor. Echivalențe principale. Relația de consecință logică în calculul predicatelor.	2	1	2
15.	Extinderea logicii predicatelor.	1	1	1
	<i>Evaluare sumativă 2</i>	2	-	-
	<i>Total unitatea de conținut II</i>	9	6	7

Nr. D/o	Denumirea și conținutul scurt al temei	P (ore)	S (ore)	I (ore)
Unitatea de conținut III. Aplicațiile logicii matematice în construcția deductivă a matematicii.				
16.	Noțiuni matematice. Structura logică a noțiunii. Legea variației inverse.	1	1	1
17.	Definiții. Tipologia definițiilor. Erori în formularea definițiilor. Cerințele față de definițiile noțiunilor matematice.	1	1	1
18.	Teoreme. Tipologia teoremelor. Metode de demonstrare a teoremelor.	3	3	3
19.	Raționamente deductive și nedeductive.	1	-	1
20.	Sofizme matematice. Tipologia sofizmelor.	1	2	1
21.	Probleme de logică. Metode de rezolvare a problemelor de logică.	2	2	2
	<i>Evaluare sumativă 3</i>	-	2	-
	<i>Total unitatea de conținut III</i>	9	11	9
	Total unitate de curs	30	30	30

Activități de lucru individual:

Activitatea individuală este o componentă obligatorie în cadrul procesului de instruire. În studiul acestui curs, studenților li se vor propune un set de probleme ce urmează a fi rezolvate independent. Însărcinările pentru lucrul individual sunt indicate în cadrul prelegerilor la finele fiecărei teme.

Exercițiile date vor fi rezolvate într-un caiet aparte, iar rezolvările vor fi însoțite de explicații amănunțite. De asemenea, este salutar ca fiecare student să rezolve un set suplimentar de probleme selectate din literatura recomandată.

Se recomandă de prezentat săptămânal caietul cu rezolvări pentru verificare. Lucrul efectuat se va nota la sfârșitul semestrului.

Evaluarea

Evaluarea sumativă se realizează la finele fiecărei unități de conținut și este efectuată sub formă de teste, ce conțin atât întrebări teoretice și practice.

Nota reușitei curente va fi calculată ca media aritmetică a notelor acumulate în cadrul evaluării sumative și a activității individuale. Astfel, nota de la activitatea independentă reprezintă 25% din evaluarea curentă.

Evaluarea finală se promovează sub formă de test scris ce conține întrebări teoretice și practice. Timp de promovarea a examenului - 2 ore.

Chestionarul pentru examen conține doar temele enumerate în conținuturi.

Nota finală a cursului se va determina conform relației

$$NF = 0.6NC + 0.4NE,$$

unde NC este nota de la evaluarea curentă, iar NE este nota de la evaluarea finală.

Mostră de test de evaluare curentă

1. Formulați definiția predicatului - contradicție logică pe domeniu. Aduceți câte un exemplu de predicat unar, binar și ternar de acest tip.
2. Stabiliți asemănările și deosebirile dintre definiția implicației a două predicate și definiția implicației a două propoziții
3. Dezvăluiți sensul afirmației: "Predicatul $A(x)$ reprezintă negația predicatului $B(x)$."
4. Fie determinate predicatele $P(x)$ ="suma pătratului numărului x cu 2 este mai mic decât 1"și $Q(x)$ ="partea întreagă a diferenței dintre x și 25 este mai mare sau egal cu 14". Exprimați aceste predicate prin formule matematice, stabiliți domeniul de definiție și mulțimea de adevăr a fiecărui. Construiți și formulați predicatele compuse $P(x) \vee Q(x)$, $P(x) \wedge Q(x)$, $P(x) \rightarrow Q(x)$, $P(x) \leftrightarrow Q(x)$, stabilind pentru fiecare mulțimea de adevăr.
5. Pe mulțimea \mathbb{R} sunt definite predicatele:
 - (a) $3x^2 < 4$;
 - (b) $3x = x + x + x$;

(c) $|7x^2 - 4| < 0$;

(d) $x^2 - 4x = -19$.

Stabiliți, valoarea de adevăr pentru propozițiile $\forall xP(x)$ și $\exists xP(x)$ pentru fiecare din predicate. Argumentați, folosind noțiunea de mulțime de adevăr.

6. Fie dată mulțimea $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Construiți un predicat binar definit pe mulțimea M^2 , pentru care:

(a) propoziția $\exists x\forall yP(x, y)$ să fie adevărată, iar $\forall x\exists yP(x, y)$ să fie falsă;

(b) propoziția $\forall x\forall yP(x, y)$ să fie falsă, iar $\exists x\exists yP(x, y)$ adevărată.

Argumentați corectitudinea exemplor construite.

7. Fie dat raționamentul: "Orice romb este paralelogram. Orice dreptunghi este paralelogram. Figura ABCD este paralelogram. Prin urmare, figura ABCD este romb sau dreptunghi." Scrieți simbolic raționamentul, utilizând noțiunea de predicat.

Mostră de test de evaluare finală

1. Formulați definiția conjuncției a două propoziții și enumerați proprietățile ei.
2. Demonstrați că există sisteme complete de două funcții logice.
3. Formulați și demonstrați principiul dualității.
4. Din lista de noțiuni ce urmează, selectați două perechi de noțiuni compatibile și două perechi de noțiuni incompatibile: număr natural, număr prim, număr compus, număr real, triunghi, pătrat, paralelogram, pentagon, patrulater.
5. Construiți tabelul de adevăr al formulei logice. Determinați una din formele normale. Argumentați alegerea făcută.

$$(p \vee \bar{q} \rightarrow p \wedge r) \rightarrow \overline{p \vee \bar{q}} \vee q \wedge \bar{r}$$

6. Demonstrați că formula logică este tautologie, utilizând tabelul de adevăr și metoda reducerii la absurd.

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee r \rightarrow q \vee r)$$

7. Determinați domeniul de adevăr al predicatelor

(a) $x(x - 5) + (x - 1)(x + 5) = 2x - 5$

(b) $|x + |x + 2|| + ||x + 1| + |x + 2|| \geq x + 1$

8. Fie dată teorema: *Numerele ce se termină cu 0 sau 5 sunt divizibile prin 5*. Separați ipoteza și concluzia teoremei. Reformulați teorema sub formă de implicație. Formulați teorema reciprocă, opusă directei și opuse reciproci. Stabiliți valoarea de adevăr a fiecărei teoreme formulate. Demonstrați una din ele.

Resurse informaționale ale cursului:

1. Enescu Gh. *Introducere în logica matematică*. București, Editura Științifică, 1963.
2. Гаврилов Г.П. Сапоженко А.А. *Задачи и упражнения по дискретной математике*. Москва, 2005.
3. Гуц А.К. *Математическая логика и теория алгоритмов*. Омск, 2003.
4. Игошин В.И. *Математическая логика и теория алгоритмов*. Москва, 2008.
5. Игошин В.И. *Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов*. Москва, 2007.
6. Тимофеева И.Л. *Математическая логика*. Москва, 2007.
7. Лупанова О.Б. *Математическая логика*. Москва, 2007.
8. Лавров И.А., Максимова Л.Л. *Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов*. Москва, 2004.
9. Лихтарников Л.М., Сухачева Т.Г. *Математическая логика*. Санкт-Петербург, 1999.
10. Шапорев С.Д. *Математическая логика*. Санкт-Петербург, 2005.
11. J. Adler, J. Schmid. *Introduction to Mathematical Logic*, 2007.

Acces liber <http://www.algebraworkbench.net/download/n41main.pdf>

Note: