

UNIVERSITATEA DE STAT „ALECU RUSSO” DIN BĂLȚI  
FACULTATEA DE ȘTIINȚE REALE, ECONOMICE ȘI ALE MEDIULUI  
CATEDRA DE ȘTIINȚE FIZICE ȘI INGINEREȘTI

Discutat în Ședința  
Catedrei de științe fizice și ingineresti  
din **\_8 mai 2014\_**  
proces-verbal nr. **\_10\_**

Aprobat în Ședința  
Consiliului Facultății de Științe Reale,  
Economice și ale Mediului  
din **\_19 iunie 2014\_**  
proces-verbal nr. **\_9\_**

## **Probleme de limită și extrem la fizică**

Curriculum disciplinar  
(*ciclul II, specialitatea Didactica fizicii*)

Autor: Mihail Popa,  
conf. univ., dr.

Bălți, 2014

## I. Informații de identificare a cursului

Facultatea: *Științe Reale, Economice și ale Mediului*

Catedra: *Științe fizice și ingineresti*

Domeniul general de studiu: *14. Științe ale educației*

Domeniul de formare profesională la ciclul II: *Program de profesionalizare*

Denumirea specialității / specializării: *Didactica fizicii*

### Administrarea unității de curs:

| Codul unității de curs | Credite ECTS | Total ore | Repartizarea orelor |      |      |            | Forma de evaluare | Limba de predare |
|------------------------|--------------|-----------|---------------------|------|------|------------|-------------------|------------------|
|                        |              |           | Prel.               | Sem. | Lab. | Lucr. ind. |                   |                  |
| S.02.O.11              | 5            | 150       | 8                   | –    | 32   | 110        | Examen            | Română           |

Statutul: *disciplină de specializare*

## II. Informații referitoare la cadrul didactic



*Titularul cursului – Popa Mihail, doctor în științe fizico-matematice, conferențiar universitar,*

- Licențiat în Fizică și Tehnică, Facultatea de Tehnică, Fizică și Matematică, Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți (1993);
- Stagiunea de doctorat, Facultatea de Fizică, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași România (1999 – 2003);
- Stagiune de post-doctorat, Nanobiomedical Centre, Adam Mickiewicz University of Poznan, Poland (2013 – 2014).

*Biroul:* Blocul II, aula 240

*Nr. telefon de contact:* 068020395

*Adresa e-mail:* [miheugpopa@yahoo.com](mailto:miheugpopa@yahoo.com)

*Ore de consultații:* joi, 14.00 – 16.00. Pot oferi consultații și în orele libere de la facultate, pot răspunde la întrebări utilizând și alte surse informaționale.

## III. Integrarea cursului în programul de studii

Problemele de limită și extrem (de maxim și minim) se întâlnesc frecvent în fizică și tehnică. În fizică sunt cunoscute astfel de situații cum ar fi energia potențială minimă a unui sistem fizic ce asigură echilibrul său stabil, suprafața liberă minimă a lichidului determinată de tensiunea superficială, principiul drumului minim al razei de lumină, principiul acțiunii minime din mecanică etc.

În tehnică astfel de probleme sînt legate de optimizarea unor procese, de obținerea randamentului maxim al unor mașini sau al unor sisteme de transmisie a energiei etc.

Problemele de limită și extrem sunt principale subiecte la olimpiadele și concursurile naționale și internaționale. Ele necesită rezolvări ingenioase pentru a se suplini cunoștințele de calcul diferențial, pe care elevii le obțin doar în ultima clasă de liceu.

Cursul de față are obiectivele principale de a prezenta importanța problemelor de limită și extrem în viața cotidiană și metodele de rezolvare ale acestora.

Cursul respectiv se predă din anul 2011, după aprobarea noului plan de învățământ la specialitatea *Didactica fizicii*.

#### **IV. Competențe prealabile**

Înainte începerii studierii cursului dat studentul trebuie să îndeplinească planul de învățământ la cursurile de *Fizică generală și Fizică teoretică* (să susțină toate probele de evaluare preconizate, să efectueze și să susțină lucrările de laborator, să susțină examene).

De asemenea, studentul trebuie să îndeplinească planul de învățământ la *Matematică superioară și Informatică generală*.

#### **V. Competențe dezvoltate în cadrul cursului**

- Înțelegerea și explicarea fenomenelor fizice care sunt descrise în problemele de limită și extrem;
- Cunoașterea transformărilor în unități SI ale unităților de măsură ale mărimilor fizice din problemele de limită și extrem;
- Analiza calitativă a problemei și alegerea celei mai raționale metode de rezolvare a problemei respective;
- Aplicarea corectă a legilor și formulelor ce descriu fenomenele fizice descrise în problemele de limită și extrem;
- Aplicarea corectă a aparatului matematic la rezolvarea problemelor de limită și extrem din fizică;
- Descrierea, înțelegerea, construirea și aplicarea modelelor fizice;
- Dezvoltarea capacității de a căuta, prelucra și analiza informații dintr-o varietate de surse bibliografice;
- Evidențierea conexiunilor intra- și interdisciplinare ale fizicii.

#### **VI. Finalități de studii**

*La finele cursului studenții vor fi capabili:*

- să înțeleagă și să explice științific corect fenomenele fizice descrise în problemele de limită și extrem;
- să cunoască transformările în unități SI ale unităților de măsură ale mărimilor fizice din problemele de limită și extrem;
- să cunoască metodele de rezolvare ale problemelor de limită și extrem la fizică;
- să poată alege cea mai rațională metode de rezolvare a fiecărei probleme;
- să poată aplica diferite metode de rezolvare pentru aceeași problemă de limită sau extrem;
- să posede priceperi și deprinderi de a selecta și rezolva de sine stătător probleme de limită și extrem din diferite surse bibliografice;
- să înțeleagă conexiunile intra- și interdisciplinare ale fizicii cu alte ramuri ale științei.

## VII. Conținuturi

| <i>Nr.</i> | <i>Teme predate</i>  | <i>Nr. de ore</i> |
|------------|--|-------------------|
| 1          | Importanța problemelor de limită și extrem în fizică. Aspecte metodologice la rezolvarea problemelor fizice de limită.   | 2                 |
| 2          | Descrierea metodelor principale de rezolvare a problemelor de extrem: <ul style="list-style-type: none"> <li>– prin folosirea noțiunii de derivată a funcției;</li> <li>– prin ecuația parabolei, cu folosirea formulei vârfului parabolei;</li> <li>– prin discriminantul ecuației pătratice;</li> <li>– prin utilizarea unor identități și inegalități algebrice remarcabile;</li> <li>– prin folosirea inegalității Cauchy și consecințele acesteia;</li> <li>– prin utilizarea proprietăților funcțiilor trigonometrice;</li> <li>– prin metoda geometrică.</li> </ul> | 6                 |

**Total 8 ore**

| <i>Nr.</i> | <i>Tematica seminarelor</i>   | <i>Nr. de ore</i> |
|------------|---|-------------------|
| 1.         | Probleme de limită și extrem la <i>Cinematica și Dinamica punctului material.</i>                   | 2                 |
| 2.         | Probleme de limită și extrem la <i>Legile de conservare în Mecanică.</i>                            | 2                 |
| 3.         | Probleme de limită și extrem la <i>Echilibru mecanic (static și dinamic).</i>                       | 2                 |
| 4.         | Probleme de limită și extrem la <i>Oscilații și unde mecanice.</i>                                  | 2                 |
| 5.         | Probleme de limită și extrem la <i>Teoria cinetico-moleculară a gazelor.</i>                        | 2                 |
| 6.         | Probleme de limită și extrem la <i>Termodinamică.</i>   | 2                 |
| 7.         | Probă de evaluate Nr. 1 la <i>Mecanică și Fizică moleculară.</i>                                    |                   |
| 8.         | Probleme de limită și extrem la <i>Electrostatică.</i>  | 2                 |
| 9.         | Probleme de limită și extrem la <i>Electrocinetică.</i>   | 2                 |
| 10.        | Probleme de limită și extrem la <i>Electromagnetism.</i>  | 2                 |
| 11.        | Probleme de limită și extrem la <i>Optica ondulatorie.</i>  | 2                 |
| 12.        | Probleme de limită și extrem la <i>Optica geometrică.</i>   | 2                 |
| 13.        | Probleme de limită și extrem la <i>Optica cuantică.</i>   | 2                 |
| 14.        | Probleme de limită și extrem la <i>Fizica atomului și nucleului atomic.</i>                         | 2                 |
| 15.        | Probleme de limită și extrem la <i>Elemente din teoria relativității.</i>                           | 2                 |
| 16.        | Probă de evaluate Nr. 2 la <i>Electricitate și Magnetism, Optică, Fizica atomului și nucleului.</i> | 2                 |

**Total 32 ore**

## VIII. Activități de lucru individual

1. La fiecare seminar cadrul didactic prezintă *sarcina la ore* (problemele care vor fi rezolvate în cadrul seminarului) și *sarcina pentru acasă* (probleme care urmează a fi rezolvate individual). Fiecare student care iese la tablă prezintă sarcina pentru acasă, care este verificată de cadrul didactic. La apreciere 50% pondere din notă constituie sarcina pentru acasă, iar alte 50% pondere reprezintă cunoașterea materialului teoretic și priceperile de aplicare la rezolvarea problemelor. Media notelor acumulate la seminare reprezintă *media I*.

2. La primul seminar studenții primesc o sarcină suplimentară de a colecta din bibliografia propusă, cât și din alte surse informaționale, două probleme de limită și 14 probleme de extrem (câte 2 probleme la fiecare metodă de rezolvare). Caietul cu problemele propuse și rezolvarea acestora se prezintă cadrului didactic pînă la ultima oră de seminar. Fiecare problemă se apreciază cu notă, iar media notelor respective reprezintă *media II*.

3. Titularul de curs oferă consultații săptămânale pentru a ajuta studentul în realizarea sarcinilor propuse.

## IX. Evaluare

Modalitățile de evaluare sunt următoarele:

1. La prelegeri se realizează evaluări formative, care exclud aprecierea prin note.
2. La seminare studentul rezolvă probleme, se verifică periodic problemele rezolvate individual și acumulează note. Tot aici se susțin *două probe de evaluare*, care conțin doar însărcinări practice. Media notelor acumulate la seminare reprezintă *media I*.

*Media II* reprezintă media acumulată pentru lucrul individual (vezi compartimentul VIII).

Media aritmetică a mediilor I și II reprezintă *nota reușitei curente*.

Nota finală la disciplina *Probleme de limită și extrem la fizică* se calculează conform formulei:

$$\text{Nota finală} = 0,6 \times \text{Nota reușitei curente} + 0,4 \times \text{Nota de la examen.}$$

Examenul final se susține în scris. Notele de la examen se anunță în ziua desfășurării examenului, după cel mult 2 ore de la finisarea examenului (timp de verificare a lucrărilor). În cazul în care studentul nu este de acord cu nota acumulată, el are dreptul să tragă un alt bilet de examinare și să rezolve la tablă toate problemele din bilet.

### IX.I. Mostre de probe de evaluare:

#### PROBLEME DE LIMITĂ ȘI EXTREM LA FIZICĂ

(masterat, specialitatea *Didactica fizicii*)

#### Probă de evaluare Nr.1

Aprob

Șef de catedră \_\_\_\_\_

#### Varianta I

#### Rezolvați problemele:

1. (5p.) Doua corpuri cu masele  $m_1 = 5 \text{ kg}$  și  $m_2 = 10 \text{ kg}$  aflate pe o suprafață orizontală netedă sunt legate cu un fir care suportă o tensiune maximă  $T_m = 50 \text{ N}$ . Cu ce forță orizontală maximă aplicată corpului de masă  $m_1$  poate fi acționat sistemul, astfel încât firul să nu se rupă? Dar dacă forța se aplică asupra corpului de masă  $m_2$ ?
2. (6p.) Un pendul constă dintr-un corp suspendat printr-un fir de lungime  $l$ . Se deviază pendulul cu un unghi  $\alpha$  față de verticală și se lasă liber. Care va fi viteza maximă atinsă de el în timpul mișcării?
3. (7p.) Într-un recipient închis ermetic plutește înapoi o bucată de gheață de masă  $M$ , în care a înghețat o granulă de plumb de masă  $m$ . Ce cantitate minimă de căldură trebuie cheltuită, pentru ca granula să înceapă să se scufunde? Densitatea plumbului este  $11.3 \text{ g/cm}^3$ , densitatea gheții este  $0.9 \text{ g/cm}^3$ , iar căldura latentă de topire a gheții  $\lambda = 330 \text{ kJ/kg}$ . Temperatura apei din vas este  $0^\circ\text{C}$ .

#### Barem de evaluare

|            |    |       |       |       |       |     |     |     |     |   |
|------------|----|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|---|
| Nr. puncte | 18 | 16-17 | 14-15 | 12-13 | 10-11 | 8-9 | 6-7 | 4-5 | 2-3 | 1 |
| Nota       | 10 | 9     | 8     | 7     | 6     | 5   | 4   | 3   | 2   | 1 |

15.III. 2013dr., conf. univ. Mihail Popa \_\_\_\_\_

**PROBLEME DE LIMITĂ ȘI EXTREM LA FIZICĂ**(masterat, specialitatea *Didactica fizicii*)**Probă de evaluare Nr.1****Aprob**  
Șef de catedră \_\_\_\_\_**Varianta II****Rezolvați problemele:**

- (5p.) Pe o platforma orizontală care se rotește cu frecvența  $n=12 \text{ rot/min}$  se afla un corp așezat la distanța  $d=75 \text{ cm}$  de axul de rotație. Care este valoarea minimă a coeficientului de frecare dintre platforma și corp pentru ca acesta să nu alunece în timpul rotirii?
- (6p.) Un puc, ce alunecă pe o podeană cu viteza  $v_0=12 \text{ m/s}$ , se ridică pe o trambulină, partea superioară a căreia este orizontală, și cade de pe ea. Pentru ce înălțime  $h$  a trambulinei bătaia pucului  $s$  va fi maximă?
- (7p.) Să se scrie o lege aproximativă de variație a volumului apei în vecinătatea temperaturii  $t$ , cunoscând că la această temperatură volumul devine minim (el scade când temperatura crește de la  $0^\circ\text{C}$  la  $t^\circ\text{C}$  și crește în continuare odată cu creșterea temperaturii) și că raportul dintre densitățile la  $0^\circ\text{C}$  și la  $t^\circ\text{C}$  este  $k$ .

**Barem de evaluare**

|             |           |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Nr. puncte  | 18        | 16-17    | 14-15    | 12-13    | 10-11    | 8-9      | 6-7      | 4-5      | 2-3      | 1        |
| <b>Nota</b> | <b>10</b> | <b>9</b> | <b>8</b> | <b>7</b> | <b>6</b> | <b>5</b> | <b>4</b> | <b>3</b> | <b>2</b> | <b>1</b> |

15.III. 2013dr., conf. univ. Mihail Popa \_\_\_\_\_

**IX.II. Mostre de bilete pentru examen:**

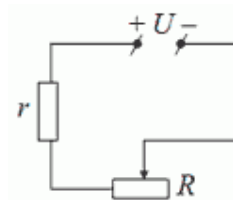
Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți  
Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului  
Catedra de științe fizice și inginerești

**Aprob**  
Șef de catedră \_\_\_\_\_**Bilet de examinare Nr. 1****Examen la Probleme de limită și extrem la fizică**(masterat, specialitatea *Didactica fizicii*)**Rezolvați problemele:**

- (5p.) Două localități A și B sînt legate printr-o șosea dreaptă de lungime  $l$ . Din localitatea A pornesc simultan spre localitatea B două automobile. Unul dintre automobile se mișcă uniform cu viteza  $v$ , iar celălalt se mișcă uniform accelerat, cu viteza inițială nulă, pînă la jumătatea distanței dintre A și B, iar de aici continuă să se miște uniform încetinit cu aceeași accelerație (în valoare absolută) pe care a avut-o pe prima jumătate de drum. Automobilele ajung simultan în localitatea B. Să se determine în ce moment și în ce poziție distanța dintre cele două autovehicule este maximă? Care este valoarea acestei distanțe maxime? Aplicație numerică:  $l = 40 \text{ km}$  și  $v = 40 \text{ km/h}$ .
- (6p.) Care este temperatura minimă la care energia cinetică medie a atomilor de heliu este suficientă pentru a învinge atracția gravitațională terestră și a părăsi atmosfera?
- (7p.) Într-un recipient închis ermetic plutește înapă o bucată degheață de masă  $M$ , în care a înghețat

o granulă de plumb de masă  $m$ . Ce cantitate minimă de căldură trebuie cheltuită, pentru ca granula să înceapă să scufunde? Densitatea plumbului este  $11.3 \text{ g/cm}^3$ , densitatea apei este  $0.9 \text{ g/cm}^3$ , căldura latentă de topire a gheții  $\lambda = 330 \text{ kJ/kg}$ . Temperatura apei este  $0^\circ\text{C}$ .

4. (8p.) Un rezistor  $r$ , a cărei rezistență este constantă, și un rezistor variabil  $R$ , este conectat la o sursă de curent continuu, așa cum este arătat în figură alăturată. La un curent  $I_1 = 2 \text{ A}$  puterea reostatului  $P_1 = 48 \text{ W}$ , iar la un alt curent  $I_2 = 5 \text{ A}$ , este degajată puterea  $P_2 = 30 \text{ W}$ .



- Determinați tensiunea sursei de tensiune și rezistența rezistorului;
- Care este intensitatea curentului în circuit, atunci când rezistența reostatului este zero.
- Determinați puterea maximă care poate dezvoltareostatul. Care va fi rezistența acestuia în acest caz?

#### Barem de evaluare

|            |       |       |       |       |       |       |     |     |     |     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|
| Nr. puncte | 25-26 | 22-24 | 19-21 | 16-18 | 13-15 | 10-12 | 7-9 | 5-6 | 3-4 | 1-2 |
| Nota       | 10    | 9     | 8     | 7     | 6     | 5     | 4   | 3   | 2   | 1   |

31. V. 2013

Examinator: dr., conf. univ. Mihail Popa \_\_\_\_\_

Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți  
Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului  
Catedra de științe fizice și inginerești

Aprob

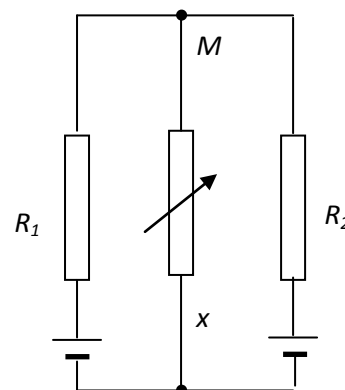
Șef de catedră \_\_\_\_\_

### Bilet de examinare Nr. 2

Examen la Probleme de limită și extrem la fizică (masterat, specialitatea Didactica fizicii)

Rezolvați problemele:

- (5p.) Cu ce accelerație orizontală minimă trebuie împins un plan înclinat de unghi  $\alpha = 45^\circ$  pentru ca un corp așezat pe el să înceapă să urce pe plan. Coeficientul de frecare dintre corp și planul înclinat  $\mu = 0,2$ .
- (6p.) Problema lui Huygens: Trei bile perfect elastice de mase  $m_1, m_2$  și  $m_3$  sunt așezate în linie dreaptă pe un plan neted fără frecări. Se imprimă primei bile viteza  $v_1$ ; ea ciocnește bila a doua, iar aceasta ciocnește la rândul ei bila a treia. Să se calculeze pentru ce valoare a masei  $m_2$  bila a treia va avea viteza maximă și să se determine această viteză maximă.
- (7p.) Să se afle valoarea rezistenței electrice a ramurii MN presupusă variabilă, precum și tensiunea între nodurile M și N ale circuitului electric din figura alăturată, în cazul când puterea electrică primită în această ramură este maximă. Aplicație numerică:  $E_1 = 40 \text{ V}$ ,  $R_1 = 3 \Omega$ ,  $E_2 = 20 \text{ V}$  și  $R_2 = 2 \Omega$ .
- (8p.) O rază de lumină trece din aer în apă și la fundul vasului întâlnește o oglindă plană, paralelă cu suprafața apei, pe care se reflectă și se întoarce în aer. Indicele de refracție al apei este  $4/3$ ,



iar unghiul de incidență pe suprafața apei  $i = 30^\circ$ . Să se determine unghiul minim cu care trebuie rotită oglindă în raport cu suprafața apei, pentru ca raza emergentă să se reflecte total la suprafața de separație apă-aer.

**Barem de evaluare**

|             |           |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Nr. puncte  | 25-26     | 22-24    | 19-21    | 16-18    | 13-15    | 10-12    | 7-9      | 5-6      | 3-4      | 1-2      |
| <b>Nota</b> | <b>10</b> | <b>9</b> | <b>8</b> | <b>7</b> | <b>6</b> | <b>5</b> | <b>4</b> | <b>3</b> | <b>2</b> | <b>1</b> |

**31. V. 2013**

**Examinator: dr., conf. univ. Mihail Popa \_\_\_\_\_**

**X. Bibliografie**

1. SFICHI, R., *Probleme de limită și extrem în fizică*, București, Editura did. și pedagogică, ediția a II-a, 1986 (sau I ediție, 1979). 215p.
2. TEREJA, E., *Metodica generală de predare: Fizica*, București, Editura ARC, 2001. 296p.
3. HRISTEV, A., *Olimpiadele Internaționale, cap.Fizica*, București, Editura Scorpion, 1995. 205p.
4. GALI, M., HRISTEV, A., *Probleme date la Olimpiadele de fizică*, București, Editura didactică și pedagogică, 1988. 243p.
5. MARINCIUC, M., et al., *Culegere de probleme pentru clasele 10-12*, Chișinău, Lyceum, 2012. 252p.
6. CONE, G., STANCIU, G.A., TUDORACHE Ș.S., *Probleme de fizică pentru liceu, vol. I*, București, Editura ALL, 1996. 300p.
7. CONE, G., STANCIU, G.A., *Probleme de fizică pentru liceu, vol. II*, București, Editura ALL, 1996. 293p.
8. PENESCU, M., *Probleme recapitulative de fizică*, București, Editura ALL, 1994 - 232p.
9. *ВСЕСОЮЗНЫЕ олимпиады по физике*, под ред. С.М.Козела, В.П.Слободянина, Москва, Вербум, 2005. 534с;
10. SFICHI, R., RUSU, C., *Cu privire la unele metode elementare de rezolvare a problemelor de extrem la fizică*, Revista de fizică EVRICA, 2002, Nr. 1 (137), p. 19-22.
11. ANTON, F., *Metodica rezolvării problemelor de fizică*, Revista de fizică EVRICA, 2008, Nr. 4(167), p. 4-9.
12. ПАЛЕЙ, А.М., *О решении задач по физике на максимум и минимум*, Физика в школе, 1970, Nr. 6, с. 84-85.
13. БАРАНЧИК, И.Е., *Решение экстремальных задач по физике*, Физика в школе, 1981, Nr. 1, с. 74-75.
14. КЕМБРОВСКИЙ, Г., *Экстремумы в задачах по физике*, Квант, 1993, Nr. 3/4, с. 59-62.
15. БОРОВИНСКИЙ, Л.А., *Задачи на максимум и минимум*, Квант, 1973, Nr. 5, с. 43-46.
16. СТАВЧАНСКИЙ, Л.С., *Решение экстремальных физических задач методами элементарной математики*, Физика в школе, 1989, Nr. 4, с. 78-80.
17. POPA, M., *Utilizarea inegalității Cauchy și a consecințelor acesteia la rezolvarea problemelor de extrem la Electrodinamică*, Brăila, Revista de Fizică EVRIKA!, Nr. 7-8 (263-264) iulie-august 2012, p. 23-26.
18. POPA, M., *Utilizarea proprietății discriminantului ecuației pătratice la rezolvarea problemelor de extrem la fizică*, Suceava, Revista GYGNUS, Nr. 21, 2014, p. 13-16.