

Ministerul Educației și Cercetării



**Program universitar de formare în domeniul
Pedagogie pentru Învățământ Primar și Preșcolar
adresat cadrelor didactice din mediul rural**

Forma de învățământ ID - semestrul III

DIDACTICA MATEMATICII ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PRIMAR

Mihail ROȘU

Ministerul Educației și Cercetării
Proiectul pentru Învățământul Rural

PEDAGOGIA ÎNVĂȚĂMÂNTULUI
PRIMAR ȘI PREȘCOLAR

Didactica matematicii
în învățământul primar

Mihail ROȘU

2006

© 2006 Ministerul Educației și Cercetării
Proiectul pentru Învățământul Rural

Nici o parte a acestei lucrări
nu poate fi reprodusă fără
acordul scris al Ministerului Educației și Cercetării

ISBN 10 973-0-04559-3;
ISBN 13 978-973-0-04559-8.

CUPRINS

Introducere	4
1. Probleme generale ale predării matematicii în clasele I – IV	5
1.1. Obiectivele unității de învățare	5
1.2. Obiectul metodicii predării matematicii	5
1.3. Obiectivele predării-învățării matematicii	6
1.4. Conținuturi ale matematicii școlare	8
1.5. Formarea conceptelor matematice	10
1.5.1. Baza psihopedagogică a formării noțiunilor matematice	10
1.5.2. Formarea limbajului matematic	11
1.5.3. Probleme psihologice în formarea noțiunilor matematice	12
1.5.4. Repere orientative în predarea-învățarea conceptelor matematice	13
1.6. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	16
1.7. Bibliografie	16
2. Formarea conceptului de număr natural	17
2.1. Obiectivele unității de învățare	17
2.2. Elemente pregătitoare pentru înțelegerea conceptului de număr natural	17
2.3. Predarea numerelor naturale în concentrul 0-10	19
2.4. Predare numerelor naturale în concentrul 10-100	21
2.5. Predare numerelor naturale în concentrul 100-1000	21
2.6. Formarea noțiunilor de ordin și clasă	22
2.7. Predarea numerelor naturale de mai multe cifre	22
2.8. Răspunsuri și comentarii la testul de evaluare	25
2.9. Lucrare de verificare 1	25
2.10. Bibliografie	25
3. Predarea operațiilor cu numere naturale	26
3.1. Obiectivele unității de învățare	26
3.2. Predarea adunării și scăderii numerelor naturale	26
3.2.1. Adunarea și scăderea numerelor naturale în concentrul 0-10	26
3.2.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale în concentrul 0-20	29
3.2.3. Adunarea și scăderea numerelor naturale în concentrul 0-100	31
3.2.4. Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mari decât 100	33
3.3. Predarea înmulțirii și a împărțirii	34
3.3.1. Predarea înmulțirii	34
3.3.2. Predarea împărțirii	37
3.4. Predarea ordinii efectuării operațiilor	40
3.4.1. Ordinea efectuării operațiilor	40
3.4.2. Folosirea parantezelor	41

3.5.	Răspunsuri si comentarii la testul de autoevaluare	43
3.6.	Lucrare de verificare 2	43
3.7.	Bibliografie	44
4.	Predarea-învățarea mărimilor și unităților de măsură	45
4.1.	Obiectivele unității de învățare	45
4.2.	Mărime. Măsurarea unei mărimi	45
4.3.	Unități de măsură	46
4.4.	Estimarea măsurilor unei mărimi	47
4.5.	Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și măsurilor acestora	48
4.6.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	51
4.7.	Bibliografie	51
5.	Predarea elementelor de geometrie	52
5.1.	Obiectivele unității de învățare	52
5.2.	Locul și rolul elementelor de geometrie în matematica școlară	52
5.3.	Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie	53
5.4.	Intuitiv și logic în predarea elementelor de geometrie	54
5.5.	Formarea conceptelor geometrice	54
5.6.	Sugestii metodice	55
5.7.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	57
5.8.	Bibliografie	57
6.	Predarea fracțiilor	58
6.1.	Obiectivele unității de învățare	58
6.2.	Formarea noțiunii de fracție	58
6.3.	Compararea unei fracții cu întregul	60
6.4.	Fracții egale	60
6.5.	Compararea a două fracții	60
6.6.	Operații cu fracții	61
6.7.	Aflarea unei fracții dintr-un întreg	62
6.8.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	64
6.9.	Bibliografie	64
7.	Metodologia rezolvării problemelor	65
7.1.	Obiectivele unității de învățare	65
7.2.	Conceptul de problemă	65
7.3.	Rezolvarea problemelor simple	66
7.4.	Rezolvarea problemelor compuse	70
7.5.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	75
7.6.	Lucrare de verificare 3	75
7.7.	Bibliografie	75

8. Jocul didactic matematic	76
8.1. Obiectivele unității de învățare	76
8.2. Conceptul de joc	76
8.3. Jocul didactic	77
8.4. Jocul didactic matematic	78
8.4.1. Caracteristici	78
8.4.2. Necesitate	79
8.4.3. Rol formativ	79
8.4.4. Locul și rolul în lecția de matematică	79
8.4.5. Organizare	80
8.4.6. Desfășurare	80
8.4.7. Tipuri de jocuri didactice matematice	81
8.5. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	82
8.6. Bibliografie	82
9. Evaluarea randamentului școlar la matematică	83
9.1. Obiectivele unității de învățare	83
9.2. Evaluarea	83
9.2.1. Definiții	83
9.2.2. Evaluarea performanțelor școlare	84
9.2.3. Strategii de evaluare	84
9.2.4. Metode și tehnici de evaluare	85
9.3. Evaluarea randamentului școlar la matematică	86
9.3.1. Ce evaluăm ?	86
9.3.2. Cu ce evaluăm ?	86
9.3.3. Cum evaluăm ?	89
9.4. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	92
9.5. Bibliografie	92
10. Elemente de proiectare didactică la matematică	93
10.1. Obiectivele unității de învățare	93
10.2. Proiectarea pedagogică	93
10.2.1. Conceptul de proiectare pedagogică	93
10.2.2. Modelul proiectării tradiționale	94
10.2.3. Modelul proiectării curriculare	95
10.3. Proiectarea pe unități de învățare	95
10.4. Proiectarea activității didactice la matematică	96
10.4.1. Planificarea calendaristică	97
10.4.2. Proiectarea unității de învățare	97
10.4.3. Proiectul de lecție	98
10.5. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	100
10.6. Lucrare de verificare 4	100
10.7. Bibliografie	100
Bibliografie selectivă	101

INTRODUCERE

Cursul de față își propune să-i familiarizeze pe viitorii profesori pentru învățământul primar cu cele mai importante probleme legate de predarea-învățarea matematicii în clasele I-IV.

Concepția care a stat la baza structurării modulului constă în prezentarea problemelor metodice conectate la conținuturile esențiale ale matematicii școlare din clasele I-IV.

Conținutul său este focalizat pe „pilonii” acestei matematici școlare: numere (naturale și fracționare), operații cu numere, mărimi fizice și măsurarea lor, elemente de geometrie. La acestea se adaugă câteva probleme metodice importante, ce conturează cadrul metodologic al desfășurării lecțiilor de matematică și condiționează eficiența demersului didactic, precum și elemente care țin de pregătirea și evaluarea acestor lecții.

Aflată în zona de intersecție a mai multor domenii (pedagogie, psihologie, matematică), didactica matematicii vehiculează și valorizează concepte proprii ale acestor discipline. De aceea, parcurgerea acestui modul presupune un cititor avizat în domeniul psihopedagogiei procesului educațional, cu capacitate de particularizare a noțiunilor specifice acestora la domeniul predării-învățării matematicii.

După parcurgerea și asimilarea modulului, așteptăm ca cititorul:

- să cunoască specificul predării-învățării principalelor conținuturi ale matematicii școlare a claselor I-IV;
- să aplice creator, în activitățile de concepere, organizare și desfășurare a unei lecții de matematică, cunoștințele prezentate în acest modul;
- să-și formeze capacitatea de autoevaluare a demersului metodic din lecția de matematică.

Finalizarea cursului presupune și rezolvarea a 4 lucrări de verificare, ce se află la sfârșitul unităților de învățare 2 (Formarea conceptului de număr natural), 3 (Formarea noțiunii de operație), 7 (Metodologia rezolvării problemelor) și 10 (Elemente de proiectare didactică la matematică).

Lucrările de verificare, rezolvate, vor fi transmise tutorelui într-o modalitate stabilită de comun acord (e-mail, probă scrisă etc).

Punctajul propus pentru rezolvarea fiecărei lucrări se află menționat după enunțul subiectelor.

Ponderele acestor lucrări de verificare, ce reprezintă evaluarea continuă, este 50% din evaluarea de bilanț.

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 1

Probleme generale ale predării matematicii în clasele I – IV

Cuprins

1.1.	Obiectivele unității de învățare.....	5
1.2.	Obiectul metodicii predării matematicii	5
1.3.	Obiectivele predării-învățării matematicii	6
1.4.	Conținuturi ale matematicii școlare.....	8
1.5.	Formarea conceptelor matematice	10
1.5.1.	Baza psihopedagogică a formării noțiunilor matematice	10
1.5.2.	Formarea limbajului matematic	11
1.5.3.	Probleme psihologice în formarea noțiunilor matematice	12
1.5.4.	Repere orientative în predarea-învățarea conceptelor matematice .	13
1.6.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	16
1.7.	Bibliografie.....	16

1.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să recunoască determinarea psihopedagogică a metodicii predării-învățării matematicii;
- să discrimineze obiectivele și conținuturile matematicii școlare a claselor I IV;
- să cunoască baza psihopedagogică a formării noțiunilor matematice;
- să identifice repere orientative în predarea învățarea conceptelor matematice

1. 2. Obiectul metodicii predării matematicii

didactica

În sistemul științelor pedagogice, **didactica** are ca obiect procesul de învățământ, studiind într-un mod sistemic componentele acestuia și principiile didactice care guvernează predarea-învățarea, conținuturile, strategiile de învățare și evaluare.

Ca ramură a pedagogiei școlare, didactica se ocupă cu studiul conceperii, organizării și desfășurării eficiente a procesului de învățământ.

Didacticile speciale sau metodicile sunt particularizări interdisciplinare ale didacticii la anumite discipline de învățământ.

metodica matematicii

Astfel, **metodica predării matematicii** are ca obiect studierea legităților și conturarea celor mai eficiente modalități utilizabile în procesul de predare – învățare - evaluare al acestei discipline. Ea încorporează achiziții din domeniul matematicii, pedagogiei, psihologiei, sociologiei, statisticii, care au o semnificație de natură metodică.

Zona de interes a metodicii matematice se plasează în două planuri:

- teoretic, de fundamentare logico-științifică și didactică a procesului învățării matematice;
- practic-aplicativ, de stabilire a normelor privind organizarea și desfășurarea activității de învățare a matematicii, de creare și ameliorare a demersurilor didactice specifice acestei activități.

Ca intersecție a matematicii cu pedagogia, metodica predării-învățării matematicii abordează problematica obiectivelor, conținuturilor, strategiilor didactice (metode și procedee, mijloace de învățământ, forme de activitate și de organizare a elevilor) menite să conducă fiecare elev în zona proximei dezvoltări, prin cultivarea motivației pentru învățarea matematicii.

Funcție de nivelul sistemului de învățământ vizat, se conturează câte o metodică specifică fiecărui palier: al activităților matematice din grădinița de copii, al predării-învățării matematicii la clasele I- IV, în ciclul gimnazial, liceal sau în învățământul superior. Fiecare dintre ele se conectează cu celelalte, condiționându-se reciproc.

Metodica de față își propune nivelul claselor I – IV, urmărind să ofere alternative metodologice și modele posibile de lucru, care să asigure optimizarea învățământului matematic în ciclul primar. Cum predarea-învățarea matematicii este o activitate cu dublă determinare, organizare științifică și realizare eficientă, termenul de metodică nu trebuie înțeles ca o sumă de metode pe care le folosește învățătorul în procesul de învățământ.

În acest sens, în locul termenului de metodică poate fi folosit cel de metodologie a didacticii matematicii, cu sensul de structură științifică și normativă, care studiază demersurile de cunoaștere în domeniul respectiv.

Reușita asimilării și aplicării metodologiei predării-învățării matematicii la clasele I – IV este condiționată de nivelul cunoașterii matematicii școlare, a fundamentelor acesteia, precum și a psihopedagogiei procesului instructiv-educativ.

1.3. Obiectivele predării-învățării matematicii

obiective generale

Obiectivele educaționale sunt induse de idealul educațional și de finalitățile sistemului de învățământ, care conturează, într-o etapă istorică dată, profilul de personalitate dorit la absolvenții sistemului de învățământ. Finalitățile sistemului se concretizează în finalitățile pe niveluri de școlaritate (preșcolari, primar, gimnazial și liceal), care descriu specificul fiecărui nivel de școlaritate din perspectiva politicii educaționale.

finalități

Finalitățile învățământului primar sunt:

- asigurarea educației elementare pentru toți copiii;
- formarea personalității copilului respectând nivelul și ritmul său de dezvoltare;
- înzestrarea copilului cu acele cunoștințe, capacități și atitudini care să stimuleze raportarea efektivă și creativă la mediul social și natural

și să permită continuarea educației.

Curriculum-ul național, elaborat în anul 1998, realizează o periodizare a școlarității prin gruparea mai multor niveluri de clase, care au în comun anumite obiective. Aceste cicluri curriculare au scopul de a evidenția obiectivul major al fiecărei perioade școlare și de a regala procesul de învățământ din acea perioadă.

Astfel, s-a format ciclul achizițiilor fundamentale, ce cuprinde copii de 6-8 ani, aflați în grădiniță și în clasele I – II, ciclul de dezvoltare, cuprinzând copiii de 9-12 ani, corespunzător claselor II – VI și ciclul de observare și orientare, ce include copiii de 13-14 ani, din clasele a VII-a și a VIII-a.

*obiectivele
ciclurilor
curriculare*

La nivelul învățământului primar, ciclul achizițiilor fundamentale are ca obiective majore acomodarea la cerințele sistemului școlar și alfabetizarea inițială. Acest ciclu urmărește:

- ✓ asimilarea elementelor de bază ale principalelor limbaje convenționale (scris, citit, calcul);
- ✓ stimularea copilului în vederea perceperii, cunoașterii și adaptării la mediul apropiat;
- ✓ formarea motivării pentru învățare.

Ciclul de dezvoltare are ca obiectiv major formarea capacităților de bază necesare pentru continuarea studiilor. Acest ciclu urmărește:

- ✓ dezvoltarea achizițiilor lingvistice, a competențelor de folosire a limbii române, a limbii materne și a limbilor străine, pentru exprimarea corectă și eficientă în situații variate de comunicare;
- ✓ dezvoltarea capacității de a comunica, folosind diferite limbaje specializate;
- ✓ dezvoltarea gândirii autonome și a responsabilității față de integrarea în mediul social.

Studiul matematicii în ciclul primar urmărește ca toți elevii să-și formeze competențele de bază vizând: numerația, calculul aritmetic, noțiuni intuitive de geometrie și măsurarea mărimilor.

*obiective
cadru*

În acest context, obiectivele cu cel mai mare grad de generalitate, numite **obiective cadru**, sunt:

1. cunoașterea și utilizarea conceptelor specifice matematicii;
2. dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și de rezolvare a problemelor;
3. formarea și dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic;
4. dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate.

La nivelul fiecărei clase, aceste obiective sunt detaliate și precizate prin **obiectivele de referință**.

*obiective
de
referință*

Astfel, la clasa I, primul obiectiv cadru se materializează în următorul set de obiective de referință, exprimate în termeni de capacități dorite la elevi:

- 1.1 să înțeleagă sistemul pozițional de formare a numerelor din zeci și unități;
- 1.2 să scrie, să citească și să compare numerele naturale de la 0 la 100;
- 1.3 să efectueze operații de adunare și scădere în centrul 0-30,

fără trecere peste ordin;

Cel de-al doilea obiectiv cadru se regăsește în următoarele obiective de referință:

2.1 să stabilească poziții relative ale obiectelor în spațiu;

2.2 să recunoască forme plane și forme spațiale, să sorteze și să clasifice după formă, obiecte date;

2.3. să sesizeze asocierea dintre elementele a două categorii de obiecte, desene sau numere mai mici ca 20, pe baza unor criterii date, să continue modelele repetitive reprezentate prin obiecte, desene sau numere mai mici decât 10;

2.4. să se continue modelele repetitive reprezentate prin obiecte, desene sau numere mai mici decât 10;

2.5. să exploreze modalități de a descompune numere mai mici ca 30, în sumă sau diferență folosind obiecte, desene sau numere;

2.6. să rezolve probleme care presupun o singură operație dintre cele învățate;

2.7. să compună oral exerciții și probleme cu numere de la 0 la 30.

2.8. să măsoare dimensiunile, capacitatea sau masa unor obiecte folosind unități de măsură nestandard aflate la îndemâna elevilor;

2.9. să recunoască orele fixe pe ceas;

2.10. să estimeze numărul de obiecte dintr-o mulțime și să verifice prin numărare estimarea făcută;

Al treilea obiectiv cadru se reflectă în obiectivul de referință

3.1. să verbalizeze în mod constant modalitățile de calcul folosite în rezolvarea unor probleme practice și de calcul;

Cel de-al patrulea obiectiv cadru se regăsește în obiectivele de referință

4.1. să manifeste o atitudine pozitivă și disponibilitate în a utiliza numerele;

4.2. să conștientizeze utilitatea matematicii în viața cotidiană.

Toate aceste obiective sunt valabile pentru curriculum-ul nucleu, trunchiul comun ce corespunde numărului minim de ore din planul de învățământ.

1.4. Conținuturi ale matematicii școlare

clasa I

Curriculum-ul nucleu prevede următoarele conținuturi ale învățării *la clasa I:*

- elemente pregătitoare pentru înțelegerea conceptului de număr natural;
- numere naturale de la 0 la 100: citire, scriere, comparare, adunare;
- adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-30, fără trecere peste ordin;
- figuri geometrice: triunghi, dreptunghi, pătrat, cerc;
- măsurări cu unități nestandard pentru lungime, capacitate, masă; măsurarea timpului (unități de măsură: ora, ziua, săptămâna, luna; recunoașterea orelor fixe pe ceas)
-

clasa a II-a

La clasa a II-a sunt prevăzute următoarele noi conținuturi ale învățării:

- numere naturale până la 1000 (formare, scriere, citire, comparare, ordonare);
- adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-100, fără și cu trecere peste ordin; *înmulțirea numerelor naturale în centrul 0-50; împărțirea dedusă din tabla înmulțirii* (se transferă în clasa a III-a începând cu anul școlar 2004-2005);
- elemente intuitive de geometrie: punct, segment, linie dreaptă, linie frântă, linie curbă; interiorul și exteriorul unei figuri geometrice; exerciții de observare a obiectelor cu formă de paralelipiped dreptunghic;
- măsurarea mărimilor și unităților de măsură pentru lungime (metrul), capacitate (litru), masă (kilogramul), timp (minutul); monede; utilizarea instrumentelor de măsură adecvate: metrul, rigla gradată, cântarul, balanța;

Clasa a III-a are următoarele noi conținuturi ale învățării:

- numere naturale până la 1000000;
- adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-1000; înmulțirea numerelor naturale în centrul 0-100; împărțirea (inclusiv cea cu rest) în același centru; ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor rotunde;
- elemente intuitive de geometrie: poligon; exerciții de observare a obiectelor cu forme de cilindru sau de con;
- măsurarea mărimilor și a unităților de măsură pentru lungime (multiplii și submultiplii metrului), capacitate (multiplii și submultiplii litrului), masă (multiplii și submultiplii kilogramului), timp (anul), monede și bancnote.

În clasa a IV-a sunt următoarele noi conținuturi ale învățării:

- numere naturale: clase (unități, mii, milioane, miliarde); caracteristicile sistemului de numerație folosit (zecimal și pozițional); scrierea cu cifre romane;
- adunarea și scăderea numerelor naturale fără și cu trecere peste ordin; înmulțirea când un factor are cel mult două cifre sau este 10, 100, 1000; împărțirea la un număr de o cifră (diferență de 0) sau la 10, 100, 1000 (a numerelor a căror scriere se termină cu cel puțin unul, două sau trei zerouri); ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor;
- fracții: noțiunea de fracție; fracții egale, reprezentări prin desene; fracții echiunitare, subunitare, supraunitare; compararea fracțiilor; adunarea și scăderea fracțiilor cu același numitor; aflarea unei fracții dintr-un întreg;
- elemente intuitive de geometrie: unghi, drepte paralele; romb; perimetrul (dreptunghiului și pătratului); aria;
- măsurarea mărimilor și unități de măsură, cu transformări ale multiplilor și submultiplilor unităților principale pentru lungime, capacitate, masă; unități de măsură pentru timp (deceniul, secolul, mileniul); monede și bancnote

1.5. Formarea conceptelor matematice

Fiecare disciplină de învățământ trebuie să construiască în structurile mintale ale elevului un sistem de cunoștințe, care să se apropie de logica disciplinei respective.

Matematica școlară se fundamentează pe logica internă a științei matematice, dar se construiește ținând seama de particularitățile psihice ale elevilor.

1.5.1. Baza psihopedagogică a formării noțiunilor matematice

dezvoltarea
cognitivă a
școlarului
mic

Specificul dezvoltării stadiale a inteligenței se manifestă printr-o proprietate esențială: aceea de a fi **concret-intuitivă**. Conform concepției lui Piaget, la vârsta școlară mică, copilul se află în stadiul operațiilor concrete, ce se aplică obiectelor cu care copilul acționează efectiv. Școlarul mic (mai ales în clasa I) gândește mai mult operând cu mulțimile de obiecte concrete, deși principiile logice cer o detașare progresivă de baza concretă, iar operațiile cer o interiorizare, o funcționare în plan mintal. Desigur, nu obiectele în sine poartă principiile matematice, ci operațiile cu mulțimi concrete. În acest cadru, se înscrie necesitatea ca proiectarea ofertei de cunoștințe matematice pentru școlarul mic să ia în considerare particularitățile psihice ale acestei vârste. Dintre principalele **caracteristici** ale dezvoltării cognitive specifice acestei vârste, reținem:

caracteristici

- ✓ gândirea este dominată de concret;
- ✓ perceperea lucrurilor este încă globală;
- ✓ este perceput întregul încă nedescompus;
- ✓ lipsește dubla acțiune de disociere-recompunere;
- ✓ comparația reușește pe contraste mari, stările intermediare fiind greu sau deloc sesizate;
- ✓ domină operațiile concrete, legate de acțiuni obiectuale;
- ✓ apare ideea de invarianță, de conservare (a cantității, masei, volumului);
- ✓ apare reversibilitatea, sub forma inversiunii și compensării;
- ✓ puterea de deducție imediată este redusă;
- ✓ concretul imediat nu este depășit decât din aproape în aproape, cu extinderi limitate și asociații locale;
- ✓ intelectul are o singură pistă;
- ✓ școlarul mic nu întrevide alternative posibile;
- ✓ posibilul se suprapune realului.

Spre sfârșitul miciei școlarități se pot întâlni, evident diferențiat și individualizat, manifestări ale stadiului preformal, simultan cu menținerea unor manifestări intelectuale situate la nivelul operațiilor concrete.

Caracteristicile acestui stadiu determină și variantele metodologice destinate formării noțiunilor matematice. În acest sens, prioritate va avea nu atât stadiul corespunzător vârstei, cât, mai ales, zona proximei dezvoltări a capacităților intelectuale ale elevilor.

Înainte de a se aplica propozițiilor logice, operațiile logice (negația, disjuncția, conjuncția, implicația, echivalența), se exersează în planul acțiunilor obiectuale, ale operațiilor concrete. De aceea, procesul de

predare-învățare a matematicii în ciclul primar implică mai întâi efectuarea unor acțiuni concrete, operații cu obiectele, care apoi se structurează și se interiorizează, devenind operații logice abstracte.

Formarea noțiunilor matematice se realizează prin ridicarea treptată către general și abstract, la niveluri succesive, unde relația dintre concret și logic se modifică în direcția esențializării realității. În acest proces, trebuie valorificate diverse surse intuitive: experiența empirică a copiilor, matematizarea realității înconjurătoare, limbajul grafic.

materialul didactic

Un **material didactic** foarte potrivit pentru a demonstra conceptele matematice de bază (mulțime, apartenență, incluziune, intersecție, reuniune ș.a.), care conduc la conceptul de număr natural și apoi la operații cu numere naturale, este constituit din trusa de piese geometrice (blocurile logice ale lui Dienes, Logi I, Logi II). Datorită faptului că atributul după care se constituie mulțimile (proprietatea caracteristică) de piese geometrice este precis determinat (formă, culoare, mărime, grosime), structurile logice se pot demonstra riguros. În operarea cu aceste piese, copiii se găsesc foarte aproape de operarea cu structuri logice.

limbajul grafic

Limbajul grafic, materializat în reprezentările grafice, este foarte apropiat de cel noțional. El face legătura între concret și logic, între reprezentare și concept, care reprezintă o reflectare a proprietăților relațiilor esențiale ale unei categorii de obiecte sau fenomene. Între aceste niveluri, interacțiunea este logică și continuă. Ea este mijlocită de formațiuni mixte de tipul conceptelor figurale, al imaginilor esențializate sau schematizate, care beneficiază de aportul inepuizabil al concretului.

imaginile mintale

Imaginile mintale, ca modele parțial generalizate și reținute într-o formă figurativă, de simbol sau abstractă, îi apropie pe copii de logica operației intelectuale, devenind astfel sursa principală a activității gândirii și imaginației, mediind cunoașterea realității matematice.

formarea noțiunilor matematice

Pentru elevul clasei I, primele noțiuni matematice sunt cele de număr natural și operații cu numere naturale (adunare și scădere). Formarea acestor noțiuni parcurge următoarele **etape** :

- ✓ sesizarea mulțimilor și a relațiilor dintre acestea în realitatea obiectivă (mulțimi de obiecte din mediul ambiant, experiența de viață a elevilor, imagini ale mulțimilor de obiecte concrete);
- ✓ operații cu mulțimi de obiecte concrete (cu mulțimi de obiecte reale, cu mulțimi de obiecte simbol, cu piesele geometrice, cu rigletele ș.a.);
- ✓ operații cu simboluri ale mulțimilor de obiecte (imagini și reprezentări grafice);
- ✓ operații cu simboluri numerice (cifre, semne de operație, de egalitate și inegalitate).

1.5.2. Formarea limbajului matematic

Conținutul/denumirea noțiunilor

Se știe că învățarea oricărei științe începe, de fapt, cu asimilarea limbajului ei noțional. Studiul matematicii urmărește să ofere elevilor, la nivelul lor de înțelegere, posibilitatea explicării științifice a noțiunilor matematice.

Există o legătură strânsă între conținutul și denumirea noțiunilor, care trebuie respectată inclusiv în formarea noțiunilor matematice. Orice

denumire trebuie să aibă acoperire în ceea ce privește înțelegerea conținutului noțional; altfel, unii termeni apar cu totul străini față de limbajul activ al copilului care, fie că-l pronunță incorect, fie că îi lipsesc din minte reprezentările corespunzătoare, realizând astfel o învățare formală.

Limbajul matematic, fiind limbajul conceptelor celor mai abstracte, se introduce la început cu unele dificultăți. De aceea, trebuie mai întâi asigurate înțelegerea noțiunii respective, sesizarea esenței, de multe ori într-un limbaj accesibil copiilor, făcând deci unele concesii din partea limbajului matematic. Pe măsură ce se asigură înțelegerea noțiunilor respective, trebuie prezentată și denumirea lor științifică. De altfel, problema raportului dintre riguros și accesibil în limbajul matematic al elevilor este permanent prezentă în preocupările învățătorilor.

*obiective
de
comunicare*

Unul dintre obiectivele generale ale lecțiilor de matematică se referă la cunoașterea și folosirea corectă de către elevi a terminologiei specifice. Noile programe de matematică prevăd explicit obiective legate de însușirea unor **deprinderi de comunicare**, ce presupun stăpânirea limbajului matematic și vizează capacități ale elevului cum sunt:

- ✓ folosirea și interpretarea corectă a termenilor matematici;
- ✓ înțelegerea formulării unor sarcini cu conținut matematic, în diferite contexte;
- ✓ verbalizarea acțiunilor matematice realizate;
- ✓ comunicarea în dublu sens (elevul să fie capabil să pună întrebări în legătură cu sarcinile matematice primite și să răspundă la întrebări în legătură cu acestea).

1.5.3. Probleme psihologice în formarea noțiunilor matematice

Contactul cu unele noțiuni de matematică are o contribuție majoră la elaborarea planului abstract-categorial în evoluția școlarului mic, cu condiția să nu fie întreținută învățarea mecanică, nerațională.

Pe parcursul unor semnificative unități de timp, școlarii mici sunt antrenați în rezolvarea unor sarcini de relaționare a cunoscutului cu necunoscutul care, ca structuri matematice, au o sferă logică asemănătoare. Pe fondul unor structuri de bază, pot fi proiectate construcții operaționale particulare, schimbând dimensiunile numerice ale mărimilor sau chiar numărul mărimilor puse în relație. Elevii sunt familiarizați cu deplasarea în sens crescător sau descrescător în șirul numerelor naturale, ca și cu tehnica primelor două operații aritmetice (adunarea și scăderea). Ei își îmbogățesc nomenclatorul noțional, aflând că unele numere se cheamă termeni, sumă descăzut, scăzător, sau rest, cunosc proprietățile de comutativitate și asociativitate ale adunării, constată că pentru a soluționa " $? + b = c$ " trebuie să scadă, iar pentru a soluționa " $? - b = c$ " trebuie să adune. Este un gen de operativitate care cultivă flexibilitatea, concură la creșterea vitezei de lucru, stimulează descoperirea, înțelegerea și raționamentul matematic. Este vorba de o strategie care-l pune pe elev în situația de a conștientiza de fiecare dată semnificația necunoscutului și de a ajunge la ea prin intermediul raționamentului, care își asociază ca tehnică operațională, când adunarea, când scăderea. Această strategie are avantajul de a pregăti terenul achiziționării de către școlarul mic a

capacității de a rezolva problema, învățându-l să diferențieze între ce se dă și ce se cere.

Unul dintre riscurile introducerii defectuoase a elevului în clasa I în noțiunile matematice este cel al separării în timp și spațiu, a exercițiului practic de cunoștințele teoretice generalizatoare (regula, principiul de rezolvare), plasate în actul învățării ca acțiuni neasociate, ca tipuri de cunoștințe autonome, succesive, fără a se crea prilejul de a se fonda una pe alta și de a se ilustra una prin alta.

Momentul inițial al pătrunderii școlarului mic în relațiile matematice este însoțit și de alte dificultăți, între care: persistența unei orientări fixate eronat (ex.: plus, minus, mai mare, mai mic), conștientizarea inadecvată a operațiilor matematice, insuficienta cultivare a sensului matematic al operației de scădere (condiția ca scăzutul să fie mai mare sau cel puțin egal cu scăzătorul), diferențierea nesatisfăcătoare în probleme a planului datelor de planul necunoscutelor.

În matematică, prestațiile școlarului mic sunt puternic dependente de model, datorită capacității lui reduse de a-și autodirija disponibilitățile și procesele psihice în sensul dorit de învățător. De aici, rezultă necesitatea raportării la prestațiile micului școlar nu doar ca la niște rezultate finite, ci ca la niște procese susceptibile de a fi optimizate pe parcursul lor. Pentru aceasta este necesar ca în structura comportamentului didactic al învățătorului să precumpănească sugestiile, explicațiile, lămuririle, sprijinul, îndrumarea, încurajarea.

1.5.4. Repere orientative în predarea-învățarea conceptelor matematice

repere

Stabilirea unor **repere metodologice** în predarea-învățarea matematicii presupune o anticipare concretă a direcțiilor de evoluție a învățământului matematic în ciclul primar. Considerăm că acestea ar putea fi:

- ✓ conștientizarea obiectivelor formative și creșterea ponderii formativului în întreaga activitate didactică;
- ✓ apropierea matematicii școlare de matematica – știință contemporană, în sensul reducerii decalajului dintre acestea;
- ✓ învățarea structurală modulară a conținuturilor, ce ar permite exploatarea în concentrate numerice succesive și reducerea timpului destinat formării unor deprinderi de calcul;
- ✓ accentuarea caracterului interdisciplinar al cunoștințelor și priceperilor matematice, precum și o mai eficientă conectare la cotidian, la realitatea înconjurătoare;
- ✓ dobândirea unor strategii de rezolvare a problemelor, în extensia activităților suplimentare post-rezolvare și a compunerii de probleme.

Metodica predării matematicii acordă un loc prioritar parametrilor metodologici ai acțiunii educaționale, în speță complexului de metode, tehnici și procedee didactice, precum și utilizării mijloacelor de învățământ. Nu se poate vorbi de metode universale, eficiente sau ineficiente, bune sau rele, active sau pasive. Fiecare situație de învățare poate admite una sau

strategii

mai multe variante metodice, opțiunea pentru o variantă sau alta fiind condiționată de un complex de factori.

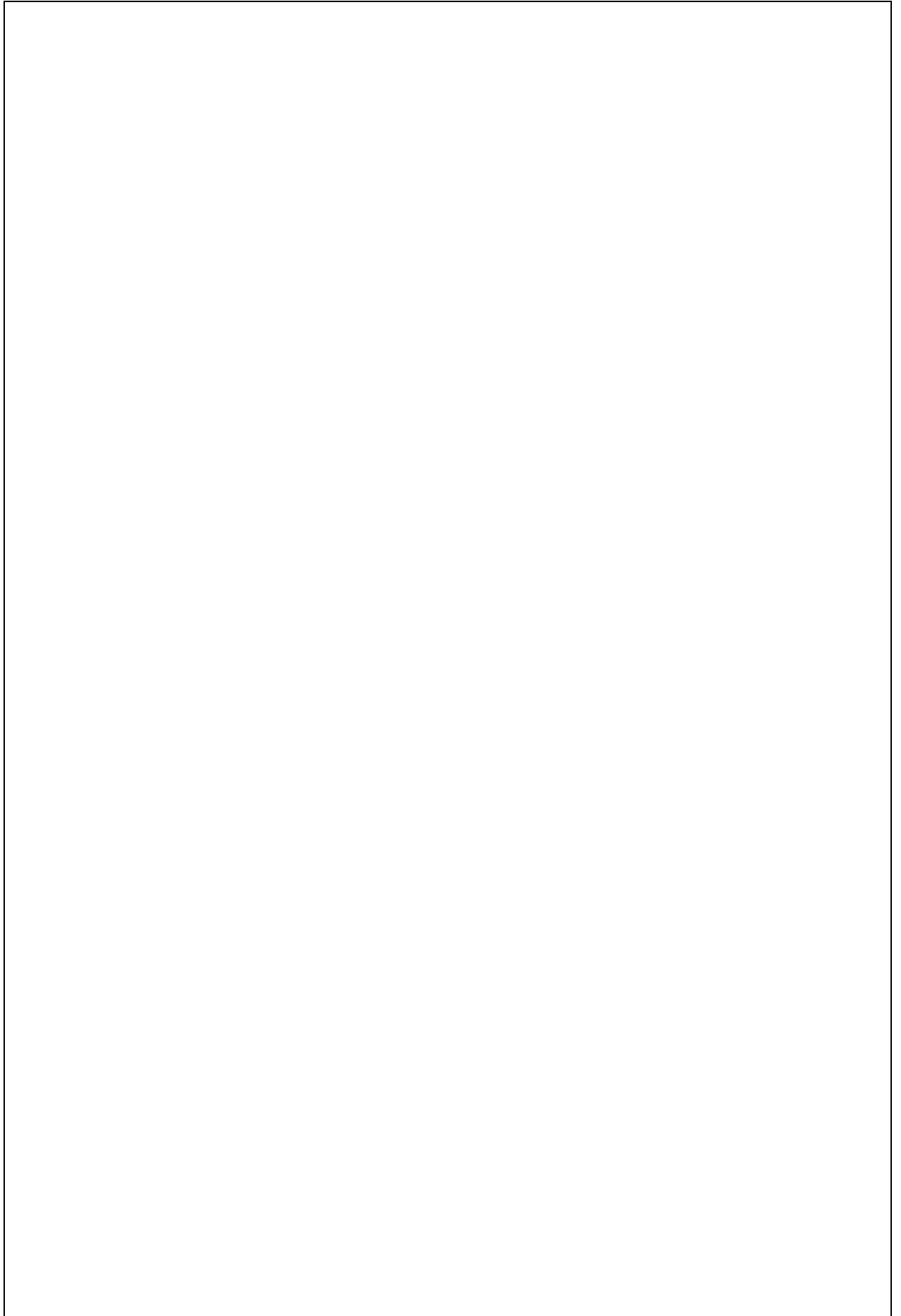
Specifice predării-învățării matematice la clasele I- IV sunt *strategia inductivă* și *strategia analogică*. În *strategia inductivă* se întreprind experimente asupra situației date, efectuând acțiuni reale cu obiecte sau concepte. Pe baza observațiilor făcute în cadrul acestor concretizări, elevii sunt conduși progresiv la conceptualizări. *Strategia analogică* are ca temei o caracteristică a gândirii matematice și anume, relevanța ei logic-analogică. Se pot întâlni analogii între noțiuni, între idei, între teoreme, între domenii. Punctul de plecare îl constituie faptul că analogia reprezintă forma principală sub care se manifestă procesele de abstractizare.

Conținutul științific al conceptelor matematice nu exclude, ci, dimpotrivă, presupune utilizarea unor metode și procedee bazate pe intuiție, dat fiind faptul că școlarul mic are o gândire care se plasează la nivelul operațiilor concrete. Învățătorul trebuie să asigure un echilibru între metodele de tip intuitiv-observativ, cele acționale problematizatoare, pentru a nu ajunge la abuz de intuiție, dar nici la învățământ formal, fără suport modelator și în care multe noțiuni matematice rămân fără o suficientă acoperire intuitivă.

**Test de autoevaluare**

1. Ce elemente de pedagogie se constituie în preocupări specifice didacticii matematicii?
2. Precizează obiectivele cadru al învățării matematice în clasele I-IV.
3. Care dintre conținuturile următoare sunt prevăzute în curriculum-ul nucleu pentru clasa I:
 - a) numere naturale de la 0 la 100;
 - b) fracții;
 - c) adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-30, fără trecere peste ordin;
 - d) înmulțirea numerelor naturale în centrul 0-100;
 - e) figuri geometrice: triunghi, dreptunghi, pătrat, cerc.
4. Enumeră cel puțin 5 dintre principalele caracteristici ale dezvoltării cognitive specifice vârstei școlare mici.
5. Care sunt, în opinia ta primele 3 ca importanță repere orientative în predarea-învățarea conceptelor matematice în clasele I-IV.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.



1.6. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 1.2. (Obiectul metodicii predării matematicii), în partea ce se referă la intersecția matematicii cu pedagogia.
R: obiective, conținuturi, strategii didactice.
2. Revedi 1.3. (Obiectivele predării-învățării matematicii), în partea ce se referă la obiectivele cu cel mai mare grad de generalitate (obiective cadru).
3. R: a), c), e).
4. Revedi 1.5.1. (Baza psihopedagogică a formării noțiunilor matematicii).
5. Revedi și apreciază importanța reperelor prezentate la 1.5.4.

1.7. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, EDP, 1988
- 2) MEN, CNC, *Curriculum național, Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998;
- 3)***** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I – IV.

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 2

Formarea conceptului de număr natural

Cuprins

2.1. Obiectivele unității de învățare	17
2.2. Elemente pregătitoare pentru înțelegerea conceptului de număr natural	17
2.3. Predarea numerelor naturale în centru 0-10	19
2.4. Predare numerelor naturale în centul 10-100	21
2.5. Predare numerelor naturale în centul 100-1000	21
2.6. Formarea noțiunilor de ordin și clasă	22
2.7. Predarea numerelor naturale de mai multe cifre	22
2.8. Răspunsuri și comentarii la testul de evaluare	25
2.9. Lucrare de verificare 1	25
2.10. Bibliografie.....	25

2.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia introducerii unui număr natural, în clasa I;
- să discrimineze modalități de predare a numerației în clasele II-IV;
- să conștientizeze noțiunile de ordin și clasă

2.2. Elemente pregătitoare pentru înțelegerea conceptului de număr natural

*evaluare
predictivă*

Parcursul acestui capitol se va face după o necesară **evaluare predictivă** a elevilor în primele zile de școală. Vor fi evaluate acele cunoștințe, priceperi și deprinderi ale elevilor ce se regăsesc în structura unității și vor fi explicitate mai jos. În funcție de rezultatele evaluării, va fi luată o decizie didactică privind ritmul parcurgerii acestui capitol și implicit, timpul afectat: cu cât rezultatele sunt mai bune, cu atât timpul va fi mai scurt.

Nu trebuie uitat că acest capitol reprezintă doar o pregătire a elevilor pentru asimilare – adaptare, o modalitate de egalizare a șanselor, de a oferi tuturor copiilor o necesară bază comună de pornire. De aceea, activitatea

Învățătorului va fi diferențiată și individualizată, oferind fiecărui copil un program personal de compensare sau dezvoltare.

După parcurgerea acestui capitol și evaluarea sumativă corespunzătoare, învățătorul va avea informații și va putea decide și asupra tipului de curriculum pe care îl va putea aborda cu clasa: trunchiul comun, aprofundare sau extindere.

*interdiscipli-
naritate*

Conținutul Unității 2 are un vizibil **caracter interdisciplinar**, cu trimiteri nu numai în interiorul, ci și în afara ariei curriculare. Se conectează cu zona “limbii și comunicării” atât prin activizarea unui limbaj specific, cât și prin solicitările de verbalizare a acțiunilor în exprimări corecte, complete, clare. Cu zona “arte” se leagă prin cunoștințe (ex.: culorile), priceperi și deprinderi ce țin de grafie (trasare de linii, încercuiri, barări), desenare și colorare. De zona “educație fizică” se leagă prin intermediul priceperilor și deprinderilor motrice, de care depinde realizarea unor acțiuni directe de manipulare a obiectelor. În interiorul ariei curriculare din care face parte matematica, se conectează cu științele naturii prin cunoștințele despre plante și animale, necesare interpretării unor imagini, în vederea stabilirii unor proprietăți caracteristice.

Prezentăm în continuare câte o listă conținând ce trebuie să știe (cunoștințe) și să facă (priceperi și deprinderi) elevul clasei I în vederea înțelegerii conceptului de număr natural.

Cunoștințe necesare:

- a) culori (roșu, galben, albastru);
- b) forme geometrice plane: cerc, triunghi, dreptunghi, pătrat;
- c) poziții relative ale obiectelor: sus/jos, față/spate, pe/sub, stânga/dreapta, aproape/departare ș.a;
- d) mărimea obiectelor: mare/mic, lung/scurt, înalt/scund, lat/îngust;
- e) elemente de logică matematică (fără utilizarea terminologiei): propoziție logică și negația ei, conjuncția a două propoziții, disjuncția a două propoziții, implicația;
- f) mulțimi (fără utilizarea terminologiei): determinare, apartenență/neapartenență, operații cu mulțimi (reuniune, intersecție, complementara unei submulțimi);
- g) corespondențe: compararea cantitativă a două mulțimi, ordonarea cantitativă a două sau mai multe mulțimi;
- h) invarianța cantității.

Priceperi și deprinderi necesare:

- a) - precizarea culorii unui obiect sau a unei imagini date;
 - colorarea unor imagini cu o culoare precizată;
- b) - recunoașterea oricăreia dintre formele geometrice precizate, pe obiecte din mediul înconjurător;
 - denumire unei forme geometrice date;
- c) - recunoașterea pozițiilor relative ale unor obiecte indicate;
 - plasarea unor obiecte în poziții relative indicate;
 - găsirea unor obiecte așezate într-o poziție precizată față de un reper;
- d) - stabilirea mărimii relative a două obiecte comparate;
 - ordonarea crescătoare/descrescătoare după mărime a două/trei obiecte (sau imagini);
- e) - sortarea obiectelor care au o proprietate dată;

*priceperi și
deprinderi*

- alegerea obiectelor caracterizate prin două atribute simultan;
 - trierea obiectelor care au cel puțin unul dintre atribute date;
 - utilizarea unui raționament de tipul „dacă atunci” într-o situație practică;
 - descoperirea regulii de formare a unei secvențe dintr-un șir de obiecte/imagini și construirea în continuare a șirului;
- f) - formarea unor mulțimi de obiecte având o proprietate caracteristică dată;
- formarea unor mulțimi de obiecte pentru care proprietatea caracteristică este o conjuncție de două atribute;
 - recunoașterea proprietății caracteristice a unei mulțimi date;
 - sesizarea apartenenței/neapartenenței unui element la o mulțime dată;
 - construirea reuniunii a două mulțimi disjuncte de obiecte;
 - precizarea proprietății caracteristice a intersecției a două mulțimi, folosind conjuncția;
 - precizarea proprietății caracteristice a complementarei unei submulțimi, folosind negația;
 - construirea mulțimii diferență dintre o mulțime dată și o submulțime a sa;
- g) - formarea de perechi între elementele a două mulțimi prin corespondență „unu la unu”;
- stabilirea unei relații de ordine între două mulțimi, exprimată prin „tot atât”, „mai mult/puțin”;
 - așezarea în ordine crescătoare/descrescătoare a două sau mai multe mulțimi de obiecte sau imagini;
- h) - sesizarea faptului că o mulțime rămâne cu „tot atâtea” obiecte, indiferent de poziția spațială a acesteia;
- sesizarea faptului că mărimea obiectelor din două mulțimi nu decide care dintre are mai multe obiecte.

2.3. Predarea numerelor naturale în concentrul 0-10

*introducere
la clasa I*

*suportul
științific*

Numărul natural reprezintă cea mai cunoscută și utilizată entitate matematică, pe care copilul o întâlnește încă din perioada preșcolară. Cunoștințele empirice, particulare, dobândite la această vârstă, se vor lărgi treptat, generalizator, în sensul formării conceptului de număr natural, în clasele I-IV.

Introducerea numărului natural se realizează pe baza corespondenței între mulțimi finite. **Suportul științific** este dat de noțiunea de mulțimi echipotente: două mulțimi sunt echipotente dacă există o bijecție de la una la cealaltă. Relația de echipotență împarte mulțimile în clase disjuncte, într-o clasă aflându-se toate mulțimile echipotente între ele. O astfel de clasă poartă numele de cardinal. Orice număr natural este cardinalul unei mulțimi finite. De exemplu, numărul 3 este clasa de echipotență a tuturor mulțimilor ce au 3 elemente.

Este evident că problema nu poate fi abordată astfel la școlarii mici. Calea cea mai utilizată pentru introducerea unui număr natural oarecare n (de exemplu, 4) trece prin următoarele etape:

- ✓ se construiește o mulțime de obiecte având atâtea elemente cât este ultimul număr cunoscut (în exemplul menționat, 3);

<i>obiective</i>

- ✓ se construiește o altă mulțime, echipotentă cu prima;
- ✓ se adaugă în cea de a doua mulțime încă un obiect;
- ✓ se face constatarea că noua mulțime are cu un obiect mai mult decât prima mulțime;
- ✓ se afirmă că noua mulțime, formată din $n-1$ obiecte și încă un obiect are n obiecte (deci, 3 obiecte și încă un obiect înseamnă 4 obiecte);
- ✓ se construiesc și alte mulțimi, echipotente cu noua mulțime, formate din alte obiecte, pentru a sublinia independența de alegerea reprezentanților;
- ✓ se prezintă cifra corespunzătoare noului număr introdus.

Există și alte modalități posibile de introducere a numărului natural: una prezintă numărul natural definit prin axiomele lui Peano (cale inaccesibilă elevilor), alta consideră numărul natural ca rezultat al măsurării unei mărimi cu ajutorul unui etalon. În practica didactică a școlii românești nu se utilizează nici una dintre aceste două modalități.

Obiectivele lecțiilor vizând numerația la clasa I, pentru secvența 0-10, sunt:

- a) raportare cantitate – număr – cifră (se dă o mulțime de obiecte și se cere să se determine numărul acestora și să se atașeze cifra corespunzătoare);
- b) raportare cifră – număr – cantitate (se prezintă cifra și se cere să se precizeze numărul corespunzător, apoi să se construiască o mulțime având acel număr de obiecte);
- c) scrierea și citirea numerelor naturale învățate;
- d) stabilirea locului numărului învățat, în șirul numerelor naturale;
- e) compararea numărului nou învățat cu celelalte numere cunoscute;
- f) ordonarea crescătoare/ descrescătoare a unor numere naturale date;
- g) evidențierea aspectului ordinal al numărului natural;
- h) compunerea și descompunerea unor mulțimi având drept cardinal numărul nou învățat;
- i) estimarea numărului de obiecte dintr-o mulțime dată și verificarea prin numărare.

Însușirea conștientă de către copii a numărului natural este

<i>condiționări</i>

condiționată de:

- ✓ înțelegerea aspectului cardinal al acestuia (ca proprietate comună a mulțimilor echipotente: același număr de elemente);
- ✓ înțelegerea aspectului ordinal al acestuia (stabilirea locului unui element într-un șir);
- ✓ capacitatea de a compara numere naturale, precizând care este mai mic/ mare și de a ordona crescător/ descrescător mai multe numere date;
- ✓ cunoașterea, citirea și scrierea cifrelor corespunzătoare numerelor naturale.

În formarea conceptului de număr natural se parcurg următoarele etape:

- ✓ acțiuni cu mulțimi de obiecte (etapa acțională);
- ✓ schematizarea acțiunii și reprezentarea grafică a mulțimilor (etapa iconică);
- ✓ traducerea simbolică a acțiunilor (etapa simbolică).

2.4. Predarea numerelor naturale în centrul 10-100

Trecerea de la centrul 0-10 la numere naturale mai mici decât 100 constituie pasul decisiv pentru înțelegerea de către elevi a structurii zecimale a sistemului nostru de numerație, ce va sta la baza extinderii continue a secvențelor numerice.

*obiective
specifice*

Pentru lecțiile vizând secvența 10 – 100, în lista obiectelor urmărite se adaugă:

- j) înțelegerea zecii ca unitate de numerație, bază a sistemului utilizat;
- k) formarea, citirea și scrierea unui număr natural mai mare decât 10;
- l) relația de ordine în secvența numerică respectivă (compararea și ordonarea numerelor învățate).

Înțelegerea procesului de formare a numerelor mai mari decât 10 și mai mici sau egale cu 20 este esențială pentru extrapolarea în următoarele concentrate numerice. Studiul centrului 10 – 20 îi ajută pe elevi să-și consolideze cunoștințele anterioare și să le transfere în contexte noi, să-și îmbogățească gândirea cu metode și procedee ce vor fi folosite frecvent în învățarea, în continuare, a numerației.

*introducerea
numerelor
mai mari
decât 10*

Introducerea numărului 11 se poate realiza astfel:

- ✓ se formează o mulțime cu 10 elemente;
- ✓ se formează o mulțime cu un element;
- ✓ se reunesc cele două mulțimi, obținându-se o mulțime formată din zece elemente și încă un element;
- ✓ se spune că această mulțime are unsprezece elemente și că scrierea acestui număr este „11”, adică două cifre 1, prima reprezentând zecea și cea de a doua, unitatea.

Pentru a evidenția structura unui număr mai mare decât 10 și mai mic decât 20, este util ca zecea să apară ca unitate de numerație, prin utilizarea „compactă” a acesteia (de exemplu, mănunchiul de 10 bețișoare legat). La această „zece legată” se pot atașa unul sau mai multe elemente: unu „vine spre zece”, formând numărul unsprezece, doi „vin spre zece”, formând numărul doisprezece ș.a.m.d. O asemenea imagine dinamică este sugestivă pentru școlarul mic, ajutându-l să-și formeze reprezentări ce vor sta la baza înțelegerii conceptului de număr natural.

Cu introducerea numărului 20, ca o zece și încă alte 10 unități, adică două zeci, se încheie secvența esențială pentru elevi, ce condiționează înțelegerea ulterioară a modului de formare, scriere și citire a oricărui număr natural. Dacă această etapă este corect parcursă, nu vor fi întâmpinate dificultăți metodice în introducerea numerelor până la 100.

Prin cunoașterea unor astfel de numere, elevii iau contact cu sistemul zecimal, întâlnind, pentru prima dată, o nouă semnificație a cifrelor, dată de locul pe care-l ocupă în scrierea numerelor.

2.5. Predarea numerelor naturale în centrul 100-1000

În predarea numerelor naturale din centrul 100-1000 se folosește **analogia** cu procedeele din centrul anterior învățat, conturându-se ideea că 10 unități de un anumit fel formează o unitate nouă, mai mare.

În acest centru, elevii adaugă la unitățile de numerație cunoscute (unitatea simplă, zecea) o unitate nouă – suta și află că zece sute formează o mie.

Formarea oricărui număr mai mare decât 100 se realizează după algoritmul cunoscut de la formarea numerelor mai mari decât 10: o sută și încă o unitate formează 101 s.a.m.d.

Singura problemă metodică nouă față de concentrele anterioare este indusă de formarea, citirea și scrierea numerelor ce conțin pe 0. Este necesar ca elevii să discrimineze între 101 și 110 (de exemplu), în care cifra 0 arată absența zecilor, respectiv a unităților simple.

2.6. Formarea noțiunilor de ordin și clasă

În etapa următoare, predarea-învățarea numerelor naturale mai mari decât 100 se caracterizează prin introducerea noțiunilor de **ordin și clasă**. Până acum, elevii au cunoscut 3 unități de calcul: unitatea (simplă), zecea și suta. Pentru a ordona și sistematiza secvențele numerice următoare, fiecărei unități de calcul îi va fi atașat un "ordin", ce reprezintă numărul de ordine în scrierea numărului: unitățile (simple) vor fi numite unități de ordinul întâi; zecile, unități de ordinul doi; sutele, unități de ordinul trei. În acest fel, unitățile de mii vor fi unități de ordinul patru, zecile de mii – unități de ordinul cinci, sutele de mii – unități de ordinul șase ș.a.m.d. Pe măsură ce cunosc ordinele, elevii constată că grupuri de trei ordine consecutive, începând cu primul, conțin unități care se numesc la fel: unități, unități de mii, unități de milioane ș.a.m.d. Dată fiind această "periodicitate", este firesc ca un grup de trei ordine consecutive să formeze o nouă structură, numită clasă. Ordinele 1, 2, 3 formează clasa unităților; ordinele 4, 5, 6 formează clasa miilor; ordinele 7, 8, 9 – clasa milioanei ș.a.m.d. Se poate sugera astfel că procedeul poate fi aplicat în continuare la nesfârșit și că, implicit, există numere naturale oricât de mari. În scrierea unor astfel de numere, evidențierea claselor se realizează prin plasarea unui spațiu liber între ele.

ordin

clasă

2.7. Predarea numerelor naturale de mai multe cifre

O atenție deosebită în scrierea unui număr trebuie să fie acordată cifrei 0 (zero), care semnifică absența unităților de un anumit ordin. La citirea unui număr în scrierea căruia apar zerouri, acestea nu se rostesc. De altfel, edificatoare în evaluarea deprinderii elevilor de a scrie/citi corect un număr natural oricât de mare sunt probele ce conțin numere în care lipsesc unitățile de diverse ordine.

Următoarele extensii secvențiale (numere naturale mai mari decât 100) realizate în clasele II-IV, urmăresc, în plus, obiectivul general:

- m) conștientizarea caracteristicilor sistemului de numerație: zecimal (zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordinul imediat următor) și pozițional (o cifră poate reprezenta diferite valori, în funcție de poziția pe care o ocupă în scrierea unui număr).

Metodologia formării conceptului de număr natural se bazează pe faptul că elevii de vârstă școlară mică se află în stadiul operațiilor concrete, învățând îndeosebi prin intuire și manipulare directă a obiectelor. Pe măsură ce ne deplasăm către clasa a IV-a, are loc ridicarea treptată către general și abstract, în direcția esențializării realității.

*sugestii
metodice
pentru
clasele I-II*

Pentru alegerea unor strategii didactice eficiente și organizarea unor situații de învățare cu randament sporit, la clasele I –II trebuie să se aibă în vedere următoarele sugestii metodice:

1. necesitatea ca fiecare elev să opereze direct cu un material didactic bogat, variat și atractiv;
2. gradarea solicitărilor, cu orientare spre abstractizare (de la operare cu obiecte concrete, la folosirea jetoanelor cu imagini, a figurilor simbolice și a schemelor);
3. antrenarea mai multor analizatori (vizual, auditiv, tactil) în învățarea și fixarea unui număr;
4. matematizarea realității înconjurătoare, ce oferă multiple posibilități de exersare a numărului;
5. realizarea frecventă de corelații interdisciplinare (ex.: solicitarea de a găsi, într-un text dat, toate cuvintele ce au un anumit număr de litere sau de câte ori apare o literă dată);
6. utilizarea frecventă a jocului didactic matematic sau introducerea unor elemente de joc.

*Sugestii
metodice
pentru
clasele III-IV*

La clasele III – IV se va urmări:

- ✓ sublinierea necesității de a lărgi secvența numerică cunoscută (de exemplu, elevii pot fi motivați pentru învățarea numerelor mari, trezindu-li-se interesul prin întrebări de tipul: "Vreți să știți cum se scriu și se citesc numerele care arată câte fire de nisip sunt pe o plajă, câte kg are Pământul, ce distanțe străbate o navă cosmică?");
- ✓ exersarea, până la formarea unor deprinderi corecte și conștiente, a citirii și scrierii numerelor naturale oricât de mari, îndeosebi a celor în care lipsesc una sau mai multe unități de un anumit ordin;
- ✓ sugerarea, în timp, a ideii că șirul numerelor naturale este nemărginit superior (există numere naturale oricât de mari, deci nu există un cel mai mare număr natural).



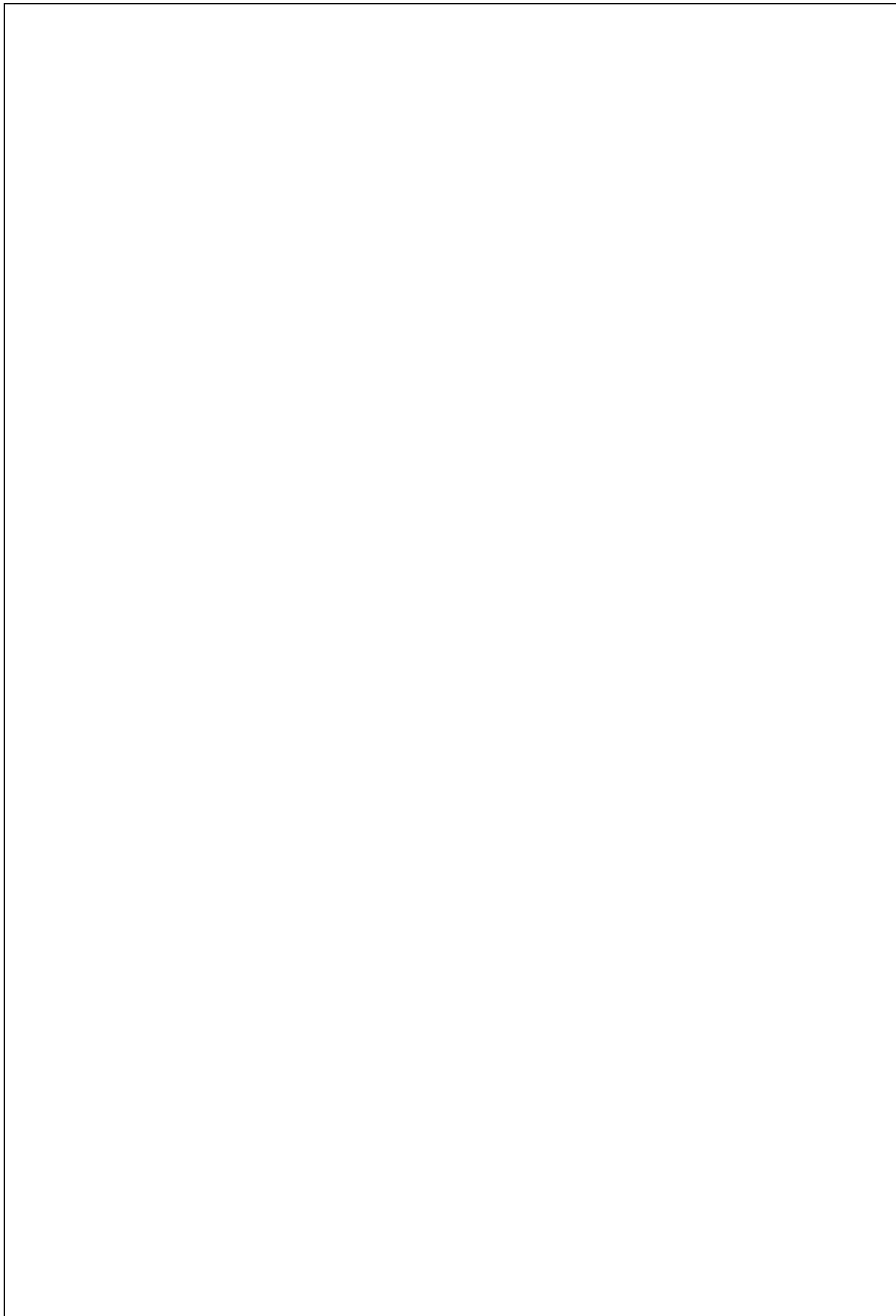
Test de autoevaluare

1. Care este suportul științific al introducerii unui număr natural?
2. Precizează, folosind cuvinte proprii, obiectivele lecțiilor vizând numerația în concentrul 0-10 (clasa I). Dacă este necesar particularizează pentru un număr ales de tine.
3. Stabilește corespondențe între elementele coloanelor de mai jos ce reprezintă etape în formarea conceptului de număr natural.

etapa acțională	traducerea simbolică a acțiunilor
etapa iconică	acțiuni cu mulțimi de obiecte
etapa abstractă	schematizarea acțiunii și reprezentarea grafică

4. Care sunt, în opinia ta, primele trei ca importanță sugestii metodice legate de predarea numerației la clasele I-II. Argumentează răspunsul.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.



2.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi 2.3. (Predarea numerelor naturale în centrul 0-10).
R: relația de echipotență între mulțimi finite.
2. Revezi 2.3. în partea referitoare la obiectivele lecțiilor vizând numerația la clasa I.
3. R: I 1, II 2; I 2, II 3; I 3, II 1 (unde I, II reprezintă coloanele, iar 1,2,3 numărul liniei).
4. Revezi 2.7. (Predarea numerelor de mai multe cifre), în partea finală.

2.9. Lucrare de verificare 1

1. Alege, dintre elementele pregătitoare pentru înțelegerea conceptului de număr natural, două priceperi/deprinderi necesare și exemplifică-le cu posibile tipuri de sarcini didactice și situații de învățare în care ar putea fi antrenați elevii.
2. Stabilește un algoritm prin care se introduce, la clasa I, numărul 7.
3. Construiește o listă cu numere de mai multe cifre, care să se constituie în obiect al activității independente a elevilor (citire, scriere). Motivează introducerea fiecărui număr în listă.

După rezolvare, lucrarea de verificare trebuie transmisă tutorelui, într-o modalitate pe care o veți stabili împreună (e-mail, probă scrisă etc.).

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu: 10 puncte

Subiectul 1: 30 puncte

Subiectul 2: 30 puncte

Subiectul 3: 30 puncte

2.10. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, EDP, 1988;
- 2) Roșu M., *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
- 3) **** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
- 4) **** SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
- 5) **** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV (capitolele vizând numerația).

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 3

Predarea operațiilor cu numere naturale

Cuprins

3.1.	Obiectivele unității de învățare	26
3.2.	Predarea adunării și scăderii numerelor naturale.....	26
3.2.1.	Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-10.....	26
3.2.2.	Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-20.....	29
3.2.3.	Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-100.....	31
3.2.4.	Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mari decât 100.....	33
3.3.	Predarea înmulțirii și a împărțirii	34
3.3.1.	Predarea înmulțirii	34
3.3.2.	Predarea împărțirii	37
3.4.	Predarea ordinii efectuării operațiilor.....	40
3.4.1.	Ordinea efectuării operațiilor	40
3.4.2.	Folosirea parantezelor.....	41
3.5.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	43
3.6.	Lucrare de verificare 2.....	43
3.7.	Bibliografie.....	44

3.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia predării operațiilor cu numere naturale în clasele I-IV;
- să discrimineze procedee de introducere a ordinii efectuării operațiilor;
- să conștientizeze implicațiile calculului ale apariției parantezelor într-o expresie numerică.

3.2. Predarea adunării și scăderii numerelor naturale

3.2.1. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-10

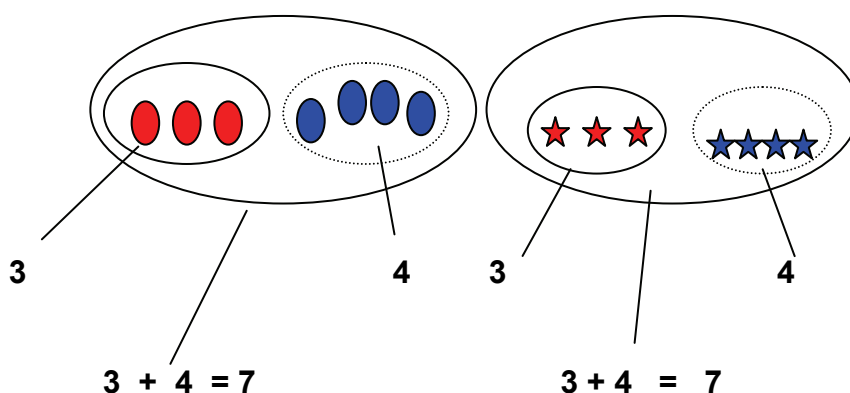
adunarea

Pentru formarea noțiunii de adunare se pornește de la operații cu mulțimi de obiecte concrete (etapa perceptivă), după care se trece la efectuarea de operații cu reprezentări ce au tendința de a se generaliza (etapa reprezentărilor), pentru ca, în final, să se poată face saltul la conceptul matematic de adunare (etapa abstractă).

Introducerea operației de adunare se face folosind reuniunea a două mulțimi disjuncte.

În faza concretă, elevii formează, de exemplu, o mulțime de baloane roșii cu 3 elemente și o mulțime de baloane albastre cu 4 elemente. Reunindu-se cele două mulțimi de baloane se formează o mulțime care are 7 baloane roșii sau albastre. Se repetă apoi acțiunea folosind alte obiecte (ex. creioane, bețișoare, flori, degete ș.a.), până ce elevii conștientizează că reunind o mulțime formată din 3 obiecte cu o altă mulțime formată din 4 obiecte (indiferent ce sunt acestea) se obține o mulțime formată din 7 obiecte. În această fază, acțiunea elevului vizează numărul sau compunerea unui număr, date fiind două componente.

Faza a doua, semiabstractă, este caracterizată de utilizarea reprezentărilor simbolice, cum ar fi:



Se introduc acum semnele grafice “+” și “=”, explicându-se ce reprezintă fiecare și precizându-se că acestea se scriu doar între numere.

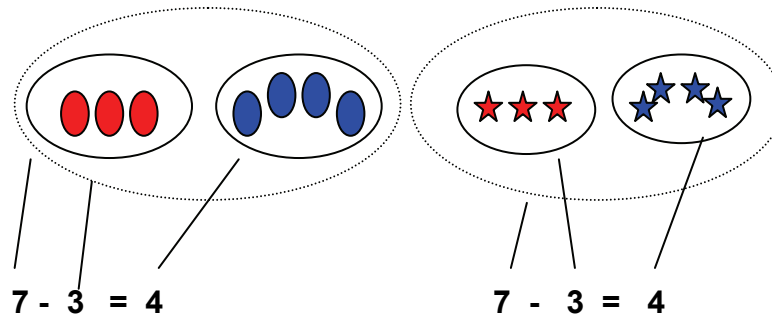
În faza a treia, abstractă, dispăre suportul intuitiv, folosindu-se doar numerele. Se introduce acum terminologia specifică (termeni, sumă/total) și se evidențiază proprietățile adunării (comutativitate, asociativitate, existența elementului neutru), fără utilizarea acestor termeni și cu apelare la intuire, ori de câte ori este necesar. Tot în această etapă se poate sublinia reversibilitatea operației, prin scrierea unui număr ca sumă de două numere (“descompunerea” numărului), ce reflectă simetria relației de egalitate. Acest tip de solicitare antrenează elemente de creativitate pentru elevul care, în urma unui raționament probabilistic, trebuie să găsească toate soluțiile posibile, anticipând, în același timp, operația de scădere.

scăderea

Scăderea se introduce folosind operația de diferență dintre o mulțime și o submulțime a sa (complementara unei submulțimi).

În prima etapă (concretă), dintr-o mulțime de obiecte ce au o proprietate comună se izolează (se îndepărtează, se scoate) o submulțime de obiecte și se constată câte obiecte rămân în mulțime. Acțiunea mentală a elevului vizează numărul sau descompunerea unui număr în două componente, dată fiind una dintre acestea.

În a doua etapă (semiabstractă), reprezentările utilizate pot fi de tipul următor:



Se introduce acum semnul grafic „-“, explicându-se ce reprezintă și precizându-se că și acesta se scrie „doar între numere.

În etapa a treia (abstractă), în care se folosesc doar numerele, se introduce terminologia specifică (descăzut, scăzător, rest/diferență) și se evidențiază proprietățile scăderii numerelor naturale (operație posibilă doar dacă descăzutul este mai mare sau egal cu scăzătorul; în cazul egalității, restul este zero; când scăzătorul este zero, restul este egal cu descăzutul), comparându-se cu proprietățile adunării (scăderea nu este comutativă, nici asociativă) și subliniind faptul că la adunare rezultatul (suma) este mai mare decât oricare dintre numerele care se adună (termeni), iar la scădere, rezultatul (diferența) este mai mic decât descăzutul. Pentru ilustrarea simetriei relației de egalitate în cazul scăderii și antrenarea reversibilității gândirii, este necesară abordarea solicitării de a scrie un număr ca diferență de alte două numere.

Legătura dintre adunare și scădere trebuie subliniată și prin realizarea probei fiecărei dintre cele două operații: la adunare, se scade din sumă unul din termeni și trebuie să se obțină cel de-al doilea termen, iar la scădere, se adună diferența cu scăzătorul și trebuie să se obțină descăzutul. De asemenea, aceste relații se evidențiază și în cazul aflării unui termen necunoscut la adunare sau la scădere, eliminând „ghicirea”, ce apelează la memorie sau la procedeul încercare-eroare.

Înțelegerea acestor aspecte implică și formarea capacității elevilor de a realiza discriminări terminologice (“mai mult cu...”, “mai puțin cu...”), ce vor sta la baza rezolvării problemelor simple.

De altfel dintre rezolvarea unor situații-problemă (îndeosebi ilustrate cu material didactic concret sau prin imagini, dar și prezentate oral) ce conduc la una dintre cele două operații se realizează frecvent, încă înainte de abordarea conceptului restrâns de problemă din matematică. Și prin aceste situații problemă poate fi valorificată legătura dintre cele două operații, anticipând cunoașterea faptului că din orice problemă de adunare se pot obține două probleme de scădere. De exemplu, o imagine ce reprezintă un lac pe care plutesc 4 rațe, iar pe mal sunt alte 3 rațe, poate fi exploatată maximal (din punct de vedere matematic) prin formulări de tipul:

- ✓ Pe lac sunt 4 rațe, iar pe mal sunt 3 rațe. Câte rațe sunt în total?
- ✓ Pe lac au fost 7 rațe, iar 3 dintre ele au ieșit pe mal. Câte rațe au rămas pe lac?
- ✓ Pe lac au fost 7 rațe, iar acum sunt doar 4. Câte rațe au ieșit pe mal?

3.2.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-20

adunarea

Comentariul privind predarea – învățarea celor două operații în centrul 0 –10 rămâne valabil în esență, extrapolându-se la noul centru numeric și lărgindu-se prin abordarea unor probleme metodice specifice acestui centru.

În predarea adunării numerelor naturale până la 20, se pot distinge următoarele cazuri:

$$10 + 3$$

a) adunarea numărului 10 cu un număr de unități (mai mic decât 10);

Acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, dat fiind și faptul că se corelează cu problematica formării numerelor mai mari decât 10 (zecea și un număr de unități), abordată anterior, la numerație.

$$15 + 3$$

b) adunarea unui număr format dintr-o zece și din unități cu un număr format din unități;

În acest caz este necesar ca elevii să aibă deprinderile de a aduna corect și rapid numere mai mici decât 10 și de a descompune numărul mai mare decât 10 într-o zece și unități, precum și priceperea de a acționa numai cu unitățile celor două numere, iar la final, să revină la primul caz. Din punct de vedere metodic este necesară o acțiune directă, demonstrativă, apoi, ori de câte ori este necesar, individuală, cu obiectele, acțiuni ce se vor reflecta în pașii algoritmului:

- ✓ descompunerea primului număr în 10 și unități;
- ✓ adunarea unităților celor două numere (cu sumă mai mică sau egală cu 10);
- ✓ compunerea rezultatului din 10 și suma unităților.

De exemplu: $15 + 3 = (10 + 5) + 3 = 10 + (5 + 3) = 10 + 8 = 18$

Scrierea de mai sus (eventual, fără utilizarea parantezelor) trebuie să apară pe tablă și în caiete, dar ea poate fi înțeleasă de către elevi doar dacă se realizează în paralel cu acțiunea directă cu obiectele. De menționat că această scriere nu reprezintă un scop în sine, ce ar implica automatizarea ei (scrierea “desfășurată” a calculului), ci doar un mijloc de conștientizare a algoritmului adunării.

$$8 + 6$$

c) adunarea a două numere mai mici decât 10 și a căror sumă este mai mare decât 10 (“cu trecere peste 10”).

Pentru înțelegerea acestui caz, elevii trebuie să aibă capacitatea de a forma zecea, ca sumă a două numere, dintre care unul este dat (găsirea “complementului” unui număr dat în raport cu 10), priceperea de a descompune convenabil un număr mai mic decât 10 și deprinderea de a efectua adunarea zecii cu un număr de unități (cazul I).

Pașii algoritmului sunt:

- ✓ căutarea unui număr care, adunat cu primul termen, conduce la suma 10;
- ✓ descompunerea convenabilă a celui de-al doilea termen (una din componente fiind numărul găsit anterior);
- ✓ adunarea zecii cu cealaltă componentă a celui de-al doilea termen.

De exemplu: $8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14$

Din punct de vedere metodic, se păstrează sugestiile prezentate în cazul anterior, cu precizarea că formarea deprinderii respective este deosebit de importantă și condiționează înțelegerea efectuării adunării în

orice centru numeric, deci trebuie să i se afecteze un timp suficient, funcție de particularitățile individuale ale elevilor.

În predarea scăderii numerelor naturale mai mici decât 20, se pot distinge următoarele cazuri:

scăderea

15 - 3

a) descăzutul este cuprins între 10 și 20 iar scăătorul este mai mic decât unitățile descăzutului (de exemplu 15 - 3);

Predarea acestui caz nu ridică probleme metodice deosebite, dacă elevii observă că este suficientă scăderea unităților, zecea rămânând "neatinșă". Algoritmul se reflectă în modelul:

$$15 - 3 = (10 + 5) - 3 = 10 + (5 - 3) = 10 + 2 = 12.$$

15 - 10

b) descăzutul este cuprins între 10 și 20, iar scăătorul este 10 (de exemplu, 15 - 10);

Nici acest caz nu prezintă dificultăți metodice dacă elevii observă că este suficientă scăderea zecii, unitățile rămânând neschimbate. Algoritmul se materializează în modelul:

$$15 - 10 = (5 + 10) - 10 = 5 + (10 - 10) = 5 + 0 = 5$$

15 - 13

c) atât descăzutul, cât și scăătorul sunt cuprinse între 10 și 20 (de exemplu 15 - 13);

Acest caz reprezintă o combinație a celor două și rezolvarea sa este reductibilă la descompunerea celor două numere (cu câte o zece și unități), scăderea unităților de același fel (10 - 10 și unități - unități) și adăugarea rezultatelor, ca în modelul:

$$15 - 13 = (10 + 5) - (10 + 3) = (10 - 10) + (5 - 3) = 0 + 2 = 2$$

Mai mult decât în primele două cazuri este acum necesară ilustrarea algoritmului prin utilizarea unui material didactic corespunzător (de exemplu bețișoare), scrierea formalizată de mai sus nefiind altfel accesibilă înțelegerii elevilor.

20 - 3

d) descăzutul este 20 iar scăătorul este mai mic decât 10 (de exemplu 20 - 3);

Este primul caz în care este necesară "desfacerea" unui zeci în unități și apoi scăderea din 10 a unităților scăătorului.

Pentru formarea priceperii corespunzătoare este necesar ca elevii să aibă deprinderea de a efectua corect și rapid scăderea din 10 a unui număr de unități și să înțeleagă necesitatea transformării uneia din cele două zeci în unități.

Algoritmul se reflectă în modelul:

$$20 - 3 = (10 + 10) - 3 = 10 + (10 - 3) = 10 + 7 = 17$$

Procedeeul este însușit cu ușurință de elevi, dacă la început este demonstrat și exersat acțional, cu material didactic intuitiv.

20 - 13

e) descăzutul este 20 iar scăătorul este cuprins între 10 și 20 (de exemplu 20 - 13);

Cazul reprezintă o lărgire a celui anterior, ce face necesară, în plus, scăderea zecilor. Algoritmul este ilustrat de modelul:

$$20 - 13 = (10 + 10) - (10 + 3) = (10 - 10) + (10 - 3) = 0 + 7 = 7$$

Și acest caz îl obligă pe învățător să organizeze situații de învățare acționale, care să conducă la înțelegerea și apoi parcurgerea fluentă a pașilor algoritmului, fără să mai solicite elevilor scrierea formalizată de mai sus.

15 - 8

f) descăzutul este cuprins între 10 și 20 iar scăzătorul, mai mic decât 10, este mai mare decât unitățile descăzutului (de exempl 15 – 8);

Este cazul cel mai dificil pentru elevi, iar înțelegerea sa condiționează înțelegerea de a efectua scăderi în orice situație dată și în orice centru numeric.

Acest caz poate fi rezolvat prin două procedee.

Primul procedeu cuprinde:

- ✓ descompunerea descăzutului într-o zece și unități ($15 = 10 + 5$);
- ✓ descompunerea scăzătorului astfel încât una dintr componente să fie egală cu unitățile descăzutului ($8 = 5 + 3$);
- ✓ scăderea acestei componente a scăzătorului din unitățile descăzutului ($5 - 5 = 0$);
- ✓ scăderea din zecea descăzutului a celeilalte componente a scăzătorului ($10 - 3 = 7$).

Deci,

$$15 - 8 = (10 + 5) - 8 = (10 + 5) - (5 + 3) = 10 + (5 - 5) - 3 = 10 + 0 - 3 = 10 - 3 = 7$$

Al doilea procedeu revine la:

- ✓ descompunerea descăzutului într-o zece și unități ($15 = 10 + 5$);
- ✓ scăderea din zecea descăzutului a unităților scăzătorului
- ✓ ($10 - 8 = 2$);
- ✓ adunarea acestui rest cu unitățile descăzutului ($2 + 5 = 7$).

Deci, $15 - 8 = (10 + 5) - 8 = (10 - 8) + 5 = 2 + 5 = 7$

Este necesar ca elevilor să li se prezinte ambele procedee, să fie solicitați să le aplice pe amândouă în una sau mai multe scăderi date, pentru ca, apoi, aceștia să opteze pentru unul din procedee (care li se pare mai ușor), ce va fi folosit în continuare.

Prezentarea celor două procedee trebuie realizată cu material didactic, fără grabă, cu conștientizarea fiecărui pas (analiza procedeeului) și apoi sinteza tuturor pașilor, ilustrată în scrierile formalizate de mai sus, care nu se vor constitui în sarcini de lucru pentru elevi.

3.2.3. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0- 100

idei
generale

Predarea operațiilor de adunare și scădere în centrul 0 – 100 trebuie să urmărească însușirea de către elevi a următoarelor **idei**:

- ✓ calculul în acest centru se realizează în același mod ca și în centrul 0 –20;
- ✓ orice număr mai mare decât 10 se descompune în zeci și unități;
- ✓ zecea este o nouă unitate de calcul;
- ✓ operațiile se realizează cu unitățile de același fel (unități, zeci), ansamblând apoi rezultatele parțiale;

adunarea

- ✓ 10 unități se restrâng într-o zece, iar o zece se poate "desface" în 10 unități (echivalența dintre 10 unități și o zece);
- ✓ calculul este mai ușor de efectuat în scris (scrierea pe verticală, cu unități sub unități și zeci sub zeci).

În predarea adunării numerelor naturale mai mici decât 100 se disting următoarele cazuri:

a) adunarea a două numere formate numai din zeci (de exemplu $20 + 30$);

$20 + 30$

În abordarea acestui caz, învățătorul trebuie să sublinieze că zecile sunt și ele unități de calcul și, în consecință, se va opera cu ele ca și cu unitățile. Astfel, știind că $2 + 3 = 5$ pentru orice fel de unități, elevii vor putea deduce cu ușurință că 2 zeci + 3 zeci = 5 zeci, adică $20 + 30 = 50$.

b) adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr mai mic decât 10 (de exemplu, $30 + 4$);

$30 + 4$

Nici acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, deoarece se corelează cu problematica formării numerelor (3 zeci și 4 unități formează numărul 34, deci $30 + 4 = 34$).

c) adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr format din zeci și unități (de exemplu, $30 + 24$);

$30 + 24$

În acest caz, algoritmul operației presupune:

- ✓ descompunerea numărului al doilea în zeci și unități;
- ✓ adunarea zecilor celor două numere;
- ✓ adiționarea la această sumă a unităților celui de-al doilea număr;

Deci $30 + 24 = 30 + (20 + 4) = (30 + 20) + 4 = 50 + 4 = 54$

d) adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, fără trecere peste ordin (de exemplu $32 + 4$);

$32 + 4$

Se diferențiază de cazul anterior prin aceea că se adună unitățile celor două numere, adiționând apoi și zecile primului număr.

Deci, $32 + 4 = (30 + 2) + 4 = 30 + (2 + 4) = 30 + 6 = 36$

e) adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, fără trecere peste ordin (de exemplu $35 + 24$);

$35 + 24$

Pașii algoritmului sunt:

- ✓ descompunerea fiecărui număr în zeci și unități;
- ✓ adunarea zecilor celor două numere, respectiv unităților;
- ✓ adiționarea celor două sume parțiale.

Adică $35 + 24 = (30 + 5) + (20 + 4) = (30 + 20) + (5 + 4) = 50 + 9 = 59$

f) adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, având suma unităților 10 (de exemplu $35 + 25$);

$35 + 25$

Elementul de noutate introdus de acest caz este faptul că suma unităților (10) se restrânge într-o zece, care se va aduna cu suma zecilor celor două numere.

Așadar, $35 + 25 = (30 + 5) + (20 + 5) = (30 + 20) + (5 + 5) = 50 + 10 = 60$

g) adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, cu trecere peste ordin (de exemplu $35 + 7$);

Apare în plus față de cazul anterior faptul că suma unităților este un

$$35 + 7$$

număr mai mare decât 10. Se formează din această sumă o zece, care se va aduna cu zecile primului număr și unități, ce se adăunează la suma zecilor. Deci:

$$35 + 7 = (30 + 5) + 7 = 30 + (5 + 7) = 30 + 12 = 30 + (10 + 2) = (30 + 10) + 2 = 40 + 2 = 42$$

h) adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, cu trecere peste ordin (de exemplu 35 + 27);

În acest caz suma unităților (mai mare decât 10) se transformă într-o zece, care se va adăuga sumei zecilor celor două numere și unități, ce se vor adăuna la zecile obținute.

$$35 + 27$$

Adică,

$$35 + 27 = (30 + 5) + (20 + 7) = (30 + 20) + (5 + 7) = 50 + 12 = 50 + (10 + 2) = (50 + 10) + 2 = 60 + 2 = 62$$

În predarea scăderii, demersurile sunt asemănătoare, astfel încât vom prezenta gradat cazurile posibile, doar prin exemplificarea scrierilor formalizate ale acestora.

scăderea

- a) $50 - 20 = 30$ (prin analogie cu $5 - 2 = 3$);
 b) $54 - 4 = (50 + 4) - 4 = 50 + (4 - 4) = 50 + 0 = 50$;
 c) $54 - 50 = (50 + 4) - 50 = (50 - 50) + 4 = 0 + 4 = 4$;
 d) $54 - 20 = (50 + 4) - 20 = (50 - 20) + 4 = 30 + 4 = 34$;
 e) $56 - 4 = (50 + 6) - 4 = 50 + (6 - 4) = 50 + 2 = 52$;
 f) $56 - 24 = (50 + 6) - (20 + 4) = (50 - 20) + (6 - 4) = 30 + 2 = 32$;
 g) $50 - 4 = (40 + 10) - 4 = 40 + (10 - 4) = 40 + 6 = 46$;
 h) $50 - 24 = (40 + 10) - (20 + 4) = (40 - 20) + (10 - 4) = 20 + 6 = 26$
 sau
 $50 - 24 = 50 - (20 + 4) = (50 - 20) - 4 = 30 - 4 = 26$;
 i) $54 - 8 = (50 + 4) - 8 = (40 + 10 + 4) - 8 = 40 + 4 + (10 - 8) = 44 + 2 = 46$
 sau
 $54 - 8 = 54 - (4 + 4) = (54 - 4) - 4 = 50 - 4 = 46$;
 j) $54 - 28 = (50 + 4) - (20 + 8) = (40 + 10 + 4) - (20 + 8) = (40 - 20) + (10 - 8) + 4 = 20 + 2 + 4 = 26$
 sau
 $54 - 28 = 54 - 20 - 8 = (54 - 20) - 8 = 34 - 8 = 26$.

3.2.4. Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mari decât 100

Aceste cazuri nu ridică probleme metodice deosebite dacă elevii stăpânesc algoritmiile celor două operații, pe care i-au aplicat în concentrate numerice mai mici. Singura diferență este dată de ordinul de mărime al numerelor, dar aceasta nu afectează cu nimic structura algoritmilor. Desigur, pe lângă zecea, apar și alte unități de calcul, cum sunt suta, mia, etc., dar ele reprezintă extrapolări ale cunoștințelor și priceperilor anterioare, pe care elevii le pot descoperi singuri. Ei vor constata că se operează cu numere de orice mărime, ca și cu numerele mai mici decât 100.

Învățătorul trebuie să abordeze gradat cazurile noi în care se operează, fără să insiste prea mult pe denumirile acestora (de exemplu,

adunarea cu trecere peste ordinul sutelor a două numere mai mari decât 100, dar mai mici decât 1 000), care sunt neimportante pentru elevi, ba chiar le pot da impresia că există mai multe feluri de adunări. Este necesar să li se ofere bucuria descoperirii că pot opera singuri și în alte contexte decât cele învățate în lecții.

Este necesară și o dozare eficientă a sarcinilor calculatorii. Dacă timpul afectat acestora este prea mare și nu sunt intercalate și sarcini de alt tip, probabilitatea ca elevii să greșească este mare, erorile fiind induse nu de lipsa cunoștințelor sau priceperilor, ci de monotonie, oboseală, scăderea motivației pentru efectuarea calculelor. A „umple tabla” cu exerciții de adunare și scădere pe care elevii trebuie să le efectueze (eventual, întreaga lecție) este o evidentă eroare metodică a învățătorului.

3.3. Predarea înmulțirii și împărțirii

Operațiile de înmulțire și de împărțire se introduc după ce elevii au dobândit cunoștințe și au formate priceperi și deprinderi de calcul corespunzătoare operațiilor de adunare și scădere.

Înmulțirea și împărțirea se introduc separat, mai întâi înmulțirea, ce se va conecta cu adunarea repetată de termeni egali, apoi împărțirea, ca scădere repetată a unui același număr. Desigur, după introducerea și stăpânirea lor de către elevi, cele două operații sunt privite unitar, evidențiindu-se legătura dintre ele.

În predarea-învățarea acestor operații, intuiția nu mai are un rol predominant, deoarece cunoașterea și înțelegerea lor se realizează mijlocit, prin intermediul adunării și scăderii.

3.3.1. Predarea înmulțirii

Dacă A este o mulțime având cardinalul a și B este o altă mulțime, de cardinal b , atunci produsul ab este cardinalul produsului cartezian al celor două mulțimi $A \times B$.

Desigur, această definiție științifică nu poate fi utilizată în învățământul primar. Aici, înmulțirea este **introdusă ca o adunare repetată** de termeni egali. Astfel, suma $4 + 4 + 4$ este văzută ca „de trei ori patru”, definind astfel produsul 3×4 . Această definiție are un suport algebric, dat de reducerea monoamelor asemenea: $a + a + a = 3a$. De fapt, definiția de mai sus este convențională, utilă în scrierea rezolvării problemelor de înmulțire și nu în partea calculatorie, unde se poate folosi proprietatea de comutativitate a acestei operații. Un argument în plus îl constituie faptul că numerele care se înmulțesc se numesc, ambele, nediferențiat, factori, astfel încât o încercare de delimitare, de tipul „primul

suportul științific

adunare repetată

proprietăți

factor arată ...”, este inutilă și inexactă. Tot incorectă este și o formulare, care mai circulă încă în școala primară, de tipul „măriți numărul ... de ... ori”, întrucât orice număr este o entitate de sine stătătoare, constantă, ce nu poate fi mărită printr-un procedeu sau altul.

După introducerea operației și prezentarea terminologiei specifice, este utilă cunoașterea de către elevi a unora dintre proprietățile înmulțirii:

- ✓ este totdeauna posibilă;
 - ✓ este comutativă;
 - ✓ este asociativă;
 - ✓ admite element neutru (1);
 - ✓ dacă unul dintre factori este 0, produsul este 0;
 - ✓ distributivitatea înmulțirii față de adunare.
- (fără utilizarea terminologiei științifice)

După ce elevii au asimilat aceste cunoștințe, se trece la învățarea conștientă a înmulțirii numerelor din centrul 0 – 10, alcătuind tabla înmulțirii pentru fiecare dintre ele. Înmulțirile cu 0 și 1 au fost prezentate la proprietăți, unde, eventual, ar putea fi introdusă și înmulțirea cu 10 (privind zecea ca unitate de calcul), astfel încât prima tablă alcătuită va fi cea a înmulțirii cu 2. Pentru realizarea acesteia, se apelează la definiția înmulțirii ca adunare repetată a numărului 2, elevii descoperind singuri produsele. Aceste rezultate mai pot fi aflate și pot fi reținute ușor dacă elevii sunt solicitați să numere din 2 în 2, de la 0 la 20. Rezultatele obținute vor fi consemnate în tabla înmulțirii cu 2, scrisă pe tablă și în caietele elevilor. Este utilă reținerea acesteia pe două coloane: în prima apar, în ordine, înmulțirile care au factorul 2 pe locul al doilea (primul factor fiind 1, 2, 3, ..., 10), iar în cealaltă, pe primul loc. Deși elevii au cunoscut proprietatea de comutativitate a înmulțirii, memorarea tablei înmulțirii se realizează mai ușor dacă sunt vizualizate ambele scrieri.

**Etape ale
lecției de
predare -
învățare**

O lecție în care se predă înmulțirea când unul dintre factori este un număr dat parcurge mai multe etape:

- ✓ repetarea tablei înmulțirii cu numerele precedente, insistându-se asupra situațiilor în care apare ca factor numărul dat (de exemplu, la înmulțirea cu 7, sunt deja cunoscute, din cazurile studiate, utilizând comutativitatea, toate produsele în care celălalt factor este mai mic decât 7: $1 \times 7, 2 \times 7, \dots, 6 \times 7$);
- ✓ scrierea noii table a înmulțirii și completarea cu produsele cunoscute (până la $n \times n$);
- ✓ obținerea rezultatelor pentru celelalte înmulțiri cu acest număr, folosind definiția înmulțirii ca adunare repetată și proprietatea de distributivitate a înmulțirii față de adunare;
- ✓ scrierea completă a tablei înmulțirii cu acel număr;
- ✓ exerciții de memorare a acesteia;
- ✓ aplicarea în exerciții și probleme.

Nu se realizează o învățare mecanică, deoarece toate rezultatele înmulțirilor sunt sau pot fi descoperite de elevi, dar aceștia trebuie să se convingă de necesitatea memorării tablei înmulțirii, din considerente ce vizează doar timpul necesar prezentării unui răspuns. Este printre puținele locuri în care trebuie exersată memoria de lungă durată a elevilor, tablele înmulțirii constituindu-se în automatisme pentru întreaga viață.

**procedee
de
memorare
a unei table
a înmulțirii**

În vederea memorării unei table a înmulțirii pentru un număr dat, pot fi utilizate procedee variate:

- ✓ repetarea acesteia, în ordinea crescătoare a factorului

variabil, elevii având în față scrierea (pe tablă și în caiete) a acesteia;

- ✓ repetarea acesteia într-o ordine aleatoare („pe sărite”), propusă de învățător, care va insista pe situațiile noi, în care factorul variabil este mai mare sau egal cu numărul dat;
- ✓ se șterg rezultatele de pe tablă (iar elevii închid caietele) și se reiau, în ordine, cele două tipuri de sarcini prezentate anterior, completând apoi, din nou, pe tablă, rezultatele șterse;
- ✓ se șterg de pe tablă unii dintre factori și se cere elevilor să reconstituie înmulțirile respective.

În lecția de formare a priceperilor și deprinderilor pentru înmulțirea dată, tipurile de sarcini didactice pot fi:

sarcini
pentru
formarea
priceperilor

- ✓ efectuarea de exerciții pentru aflarea produsului;
- ✓ reconstituirea unor înmulțiri, când se cunoaște unul dintre factori și produsul;
- ✓ scrierea unui număr ca produs de doi factori, cu precizarea/neprecizarea unuia dintre factori (descompunerea unui număr în factori);
- ✓ solicitări ce vizează terminologia specifică: „Aflați produsul numerelor...”, „Calculați produsul dacă factorii sunt ...”, „Găsiți numărul de ... ori mai mare decât ...”;
- ✓ jocuri didactice, cum ar fi: ”Eu spun un număr, tu spui numărul de ... ori mai mare!”.

La clasele a III-a și a IV-a, când elevii dispun de automatismele induse de tabla înmulțirii, se introduc treptat alte cazuri de înmulțiri, ce pot fi grupate după gradul de dificultate, astfel:

cazuri de
înmulțire

a) înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 10 cu un număr format numai din zeci

2 x 30

Efectuarea acestui tip de înmulțire se bazează pe descompunerea numărului format numai din zeci ($n \times 10$), pe proprietatea de asociativitate și pe tabla înmulțirii. De exemplu: $2 \times 30 = 2 \times (3 \times 10) = (2 \times 3) \times 10 = 6 \times 10 = 60$.

b) înmulțirea numerelor de o cifră cu numere formate din zeci și unități

2 x 31

Efectuarea acestui tip de înmulțire se bazează pe descompunerea numărului de două cifre într-o sumă în care primul termen este un număr format numai din zeci, iar celălalt este un număr de o cifră (scrierea sistemică a numărului $\overline{ab} = a \times 10 + b$), respectiv pe proprietatea de distributivitate a înmulțirii față de adunare.

De exemplu, $2 \times 31 = 2 \times (30 + 1) = 2 \times 30 + 2 \times 1 = 60 + 2 = 62$.

Din acest loc, se justifică introducerea calcului în scris, după procedeul în scris al adunării repetate și utilizând comutativitatea înmulțirii:

$$31 + \text{(de două ori o unitate = 2 unități și } 31 \times 2 \times 1 = 2 +$$

$$\underline{31} \text{ de două ori 3 zeci = 6 zeci) } \quad \underline{2} \quad 2 \times 30 = \underline{60}$$

$$62 \quad \quad \quad 62 \quad \quad \quad 62$$

c) înmulțirea numerelor de o cifră cu 100

2 x 100

Nu ridică probleme metodice întrucât suta este privită ca unitate de calcul, înmulțirea cu ea realizându-se ca în tabla înmulțirii. Cu atât mai mult cu cât, din punct de vedere al tehnicii de calcul, acest caz se reduce la adăugarea, la sfârșitul numărului, a două zerouri.

$$2 \times 300$$

d) înmulțirea numerelor de o cifră cu numere formate numai din sute

Se bazează pe descompunerea numărului format numai din sute ($n \times 100$), pe asociativitatea înmulțirii și pe tabla înmulțirii. De exemplu: $2 \times 300 = 2 \times (3 \times 100) = (2 \times 3) \times 100 = 6 \times 100 = 600$.

Nu este cazul să se apeleze la calculul în scris.

$$2 \times 345$$

e) înmulțirea numerelor de o cifră cu numere formate din sute, zeci și unități

Se bazează pe scrierea sistemică a numărului de 3 cifre și pe distributivitatea înmulțirii față de adunare. De exemplu: $2 \times 345 = 2 \times (300 + 40 + 5) = 2 \times 300 + 2 \times 40 + 2 \times 5 = 600 + 80 + 10 = 690$. Se poate solicita ca elevii să efectueze și calculul în scris corespunzător.

f) înmulțirea unui număr cu 1 000

Nu ridică probleme metodice întrucât mia este privită ca unitate de calcul, iar ca tehnică, se adaugă 3 zerouri la sfârșitul numărului cu care se înmulțește.

$$21 \times 345$$

g) înmulțirea a două numere de mai multe cifre

Se bazează pe scrierile sistemice ale celor două numere și pe proprietățile de asociativitate și distributivitate a înmulțirii față de adunare. De exemplu, $21 \times 345 = (20 + 1) \times (300 + 40 + 5) = 20 \times (300 + 40 + 5) + 1 \times (300 + 40 + 5) = 20 \times 300 + 20 \times 40 + 20 \times 5 + 300 + 40 + 5 = 2 \times 3 \times 1\,000 + 2 \times 4 \times 100 + 2 \times 5 \times 10 + 345 = 6\,000 + 800 + 100 + 345 = 7\,245$.

În aceste cazuri se efectuează calculul în scris. Fiecare dintre numerele care indică ordinele numărului cu care înmulțim se înmulțește succesiv cu toate unitățile, de orice ordin, ale celuilalt număr. Din înmulțirea fiecărei unități de ordin a numărului cu care înmulțim se obține un produs parțial. Scrierea acestor produse parțiale se realizează de la dreapta la stânga și se începe cu cifra unităților numărului cu care înmulțim. Prin adunarea produselor parțiale se obține produsul total căutat.

Etapele calculului în scris pentru exemplul menționat sunt:

$$\begin{array}{r}
 345 \times \\
 \underline{21} \\
 345 \\
 690 \\
 \hline
 7245
 \end{array}$$

3.3.2. Predarea împărțirii

Împărțirea cu rest 0 (fără rest)

Introducerea operației de împărțire se poate realiza la clasa a II-a, în mai multe moduri:

*moduri de
introducere*

a) împărțirea în părți egale

Suportul științific este dat de următoarea definiție: Fie A o mulțime de cardinal a (având a elemente); se realizează o partiție a acestei mulțimi în b (unde b este un divizor al lui a) submulțimi disjuncte echipotente; numărul elementelor din fiecare submulțime este câtul împărțirii numerelor a și b.

La clasa a II-a, problema se pune astfel: avem 6 mere, pe care trebuie să le așezăm, în mod egal, pe două farfurii și vrem să aflăm câte mere vor fi pe fiecare farfurie. Acționial, rezolvarea acestei probleme se va

realiza în felul următor: se ia câte un măr, ce va fi așezat pe fiecare dintre cele două farfurii (deci, două mere luate). Au rămas $6 - 2 = 4$ (mere). Se repetă acțiunea descrisă mai sus, în urma căreia, pe fiecare farfurie se vor afla câte două mere, rămânând de așezat $4 - 2 = 2$ (mere). După cel de al treilea pas, ultimul posibil, pe fiecare farfurie vor fi 3 mere și merele disponibile inițial s-au epuizat. Aceasta înseamnă că $6 \text{ mere} : 2 = 3 \text{ mere}$.

Pentru a ajunge la generalizări, se folosește material didactic variat, reținând doar esența acțiunii: operația de împărțire a numerelor.

b) împărțirea prin cuprindere

Fie A o mulțime având cardinalul a ; se realizează o partiție a mulțimii în submulțimi disjuncte echipotente, având fiecare câte b elemente (unde b este un divizor al lui a); numărul maxim al acestor submulțimi este câtul împărțirii numerelor a și b .

Reluăm exemplul anterior, reformulând: avem 6 mere, pe care trebuie să le așezăm câte două pe farfurii și vrem să aflăm câte farfurii vor fi necesare. Acțional, lucrurile se desfășoară astfel: se iau două mere și se așează pe o primă farfurie (dintr-un teanc de farfurii), rămânând de așezat $6 - 2 = 4$ (mere). Se iau încă două mere, ce vor fi așezate pe o a doua farfurie și rămân $4 - 2 = 2$ (mere). Aceste ultime două mere se așează pe o treia farfurie și nu mai rămân mere neașezate pe farfurii. Aceasta înseamnă că $6 \text{ (mere)} : 2 \text{ (mere)} = 3$, adică grupul de două mere se cuprinde în cel de 6 mere, de 3 ori.

c) împărțirea ca scădere repetată a unui același număr

Se poate observa că, în ambele cazuri anterioare, din mulțimea dată „s-au scos”, în mod repetat, câte un același număr de elemente, până la epuizarea acesteia.

Astfel, operația $6 : 2 = 3$ se reduce, de fapt, la scăderea repetată a lui 2 din 6, $6 - 2 - 2 - 2 = 0$, în care numărul care arată de câte ori s-a realizat scăderea lui 2 reprezintă câtul împărțirii lui 6 la 2.

d) împărțirea dedusă din tabla înmulțirii

Împărțirea poate fi privită și ca operația prin care, cunoscând produsul și unul dintre factori (nenul) ai unei înmulțiri, se află celălalt factor.

Astfel, pornind de la înmulțirea $2 \times 3 = 6$, în care se cunoaște produsul (6) și unul dintre factori (2), aflarea celui alt factor înseamnă aflarea câtului împărțirii $6 : 2$.

Desigur, toate procedeele descrise mai sus sunt izomorfe între ele, decizia alegerii și utilizării unuia sau altuia dintre ele fiind influențată de accesibilitatea în înțelegerea de către copilul de vârstă școlară mică.

Dopă introducerea operației se trece la alcătuirea tablei împărțirii, folosind legătura dintre înmulțire și împărțire. Pornind de la tabla înmulțirii cu un număr dat (de exemplu, 7), se construiește tabla împărțirii cu acel număr, considerând ca deîmpărțit produsul din prima tablă, iar ca împărțitor, factorul constant (în exemplu, 7)

În practica școlară, cele două table, pentru numere până la 10, sunt memorate de elevi, fiind incomod, dar posibil de reconstituit, desigur cu pierdere inutilă de timp. Memorarea acestor table nu se face însă mecanic, ci după descoperirea, cunoașterea și aplicarea lor de către elevi.

Pot fi remarcate și reținute de elevi proprietăți ale operației de împărțire, exprimate de cazurile particulare ale împărțirii unui număr nenul la 1 și la el însuși.

Împărțirea cu rest

introducere

După ce a fost însușită împărțirea cu rest 0, anterior prezentată, în clasa a III-a este abordată situația în care restul împărțirii este diferit de zero.

Se începe prin a constata că nu totdeauna elementele mulțimii A din definiția operației de împărțire pot fi toate distribuite în submulțimi sau șirul de scăderi repetate nu conduce la rest zero, respectiv în tabla înmulțirii nu există nici un factor care să conducă la produsul dat.

Pornind de la împărțirea cunoscută, $6 : 2 = 3$, se subliniază că toate elementele mulțimii inițiale au fost folosite, nu a rămas nici unul disponibil. Se reformulează problema, considerând deîmpărțitul 7 și se constată că, prin orice procedeu s-ar încerca, împărțirea $7 : 2$ conduce la câtul 3, dar rămâne un element disponibil. Deci, rezultatul acestei împărțiri este 3 rest 1. se poate continua cu împărțirea $8 : 2 = 4$ (rest 0), pentru a contura condiția restului (restul este mai mic decât împărțitorul). Desigur, acest fapt nu se concluzionează după un singur exemplu și nici nu este necesară o exprimare formalizată a acesteia, dar elevii trebuie să desprindă, în timp, proprietatea respectivă, conștientizândcă la împărțirea prin numărul n (n diferit de 0) sunt posibile doar resturile 0, 1, 2..., n - 1.

Relația dintre numerele date (deîmpărțit, împărțitor) și cele obținute (cât, rest), $D = \hat{I} \times C + R$, cu $R < \hat{I}$ se constituie și în proba împărțirii cu rest.

Pentru înțelegerea și însușirea algoritmului de împărțire a numerelor de două cifre la un număr de o cifră, se pot parcurge mai multe etape, ilustrate prin următoarele exemplificări:

etape

- $60 : 2 = (6 \text{ zeci}) : 2 = 3 \text{ zeci} = 30$;
- $64 : 2 = (6 \text{ zeci} + 4 \text{ unități}) : 2 = (6 \text{ zeci}) : 2 + (4 \text{ unități}) : 2 = 3 \text{ zeci} + 2 \text{ unități} = 30 + 2 = 32$;
- $67 : 2 = (6 \text{ zeci} + 7 \text{ unități}) : 2 = (6 \text{ zeci}) : 2 + (7 \text{ unități}) : 2 = 30 + 3 \text{ rest } 1 = 33 \text{ rest } 1$;
- $76 : 2 = (7 \text{ zeci} + 6 \text{ unități}) : 2 = (6 \text{ zeci} + 1 \text{ zece} + 6 \text{ unități}) : 2 = (6 \text{ zeci}) : 2 + 16 : 2 = 30 + 8 = 38$;
- $77 : 2 = (7 \text{ zeci} + 7 \text{ unități}) : 2 = (6 \text{ zeci} + 1 \text{ zece} + 7 \text{ unități}) : 2 = (6 \text{ zeci}) : 2 + 17 : 2 = 30 + 8 \text{ rest } 1 = 38 \text{ rest } 1$.

Calculul în scris, pentru aceste cazuri, nu creează dificultăți deosebite elevilor:

Calcul în scris

$64 : 2 = 32$	$67 : 2 = 33 \text{ rest } 1$	$76 : 2 = 38$	$77 : 2 = 38 \text{ rest } 1$
$\begin{array}{r} \underline{6} \\ =4 \\ \underline{4} \\ = \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{6} \\ =7 \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{6} \\ 16 \\ \underline{16} \\ = = \end{array}$	$\begin{array}{r} \underline{6} \\ 17 \\ \underline{16} \\ = 1 \end{array}$

Este utilă, prezentarea, în fiecare dintre etape, a celor 2 procedee, calculul în scris fiind exprimarea sintetică a raționamentului analitic ce fundamentează primul procedeu.

Împărțirea unui număr de 3 cifre la un număr de o cifră se realizează asemănător, după cum numărul unităților de un anumit ordin ale deîmpărțitului se împarte, cu rest 0 sau diferit de 0, la împărțitor. De exemplu: $600 : 2$; $642 : 2$; $640 : 2$; $604 : 2$; $643 : 2$; $634 : 2$; $653 : 2$; $760 : 2$;

706 : 2; 754 : 2; 750 : 2; 759 : 2; 705 : 2.

Cazurile de împărțire la 10, 100 sau 1000 a numerelor a căror scriere se termină cu cel puțin 1, 2 sau 3 zerouri sunt ușor reținute de elevi, pentru că, din punct de vedere al tehnicii de calcul, sunt reductibile la eliminarea a 1, 2 sau 3 zerouri finale din scrierea deîmpărțitului. Această tehnică se bazează pe raționamente de tipul următor:

*Împărțirea
la 10, 100
sau 1 000*

$$80 : 10 = (8 \text{ zeci}) : (1 \text{ zece}) = 8$$

$$800 : 10 = (80 \text{ zeci}) : (1 \text{ zece}) = 80$$

$$8000 : 10 = (800 \text{ zeci}) : (1 \text{ zece}) = 800$$

$$800 : 100 = (8 \text{ sute}) : (1 \text{ sută}) = 8 \text{ ș.a.m.d}$$

Cazurile în care împărțitorul este scris cu mai mult de 1 cifră nu mai sunt prevăzute în actuala programă a claselor I – IV și, în consecință, nu ne oprim asupra lor.

3.4. Predarea ordinii efectuării operațiilor

3.4.1. Ordinea efectuării operațiilor

În clasele I – II, exercițiile sunt astfel alcătuite încât să se efectueze corect în ordinea în care sunt scrise. Până acum s-au întâlnit numai exerciții în care apăreau operații de același ordin: adunări / scăderi sau înmulțiri/împărțiri. În acest fel, elevii își formează deprinderea de a efectua succesiv operațiile, fără să-și pună problema existenței unor reguli referitoare la ordinea efectuării acestora.

În clasa a III-a, după ce elevii au învățat cele 4 operații cu numere naturale, sunt puși în fața efectuării unor exerciții de tipul $4 + 6 \times 5$. Abordări diferite (schimbarea ordinii efectuării operațiilor) conduc la rezultate diferite, ceea ce impune stabilirea unor reguli după care se efectuează operațiile într-un astfel de exercițiu.

Pentru descoperirea regulilor, este necesar să se pornească de la o problemă, a cărei rezolvare să poată fi scrisă sub forma exercițiului abordat. Pentru exercițiul menționat mai sus, o astfel de problemă poate fi:

„Andrei are pe prima pagină a clasorului său, 4 timbre, iar pe fiecare dintre celelalte 6 pagini, câte 5 timbre. Câte timbre are Andrei în acest clasor?”. Analiza, împreună cu clasa, a acestei probleme, evidențiază că primul pas în rezolvare este aflarea numărului de timbre de pe cele 6 pagini (6×5) și apoi se află numărul de timbre din clasor ($4 + 6 \times 5$).

Exemple de acest tip îi vor conduce pe elevi la constatarea că, într-un exercițiu cu mai multe operații, înmulțirile și împărțirile se efectuează cu prioritate față de adunări și scăderi, indiferent de locul unde apar.

Se ajunge astfel la regula cunoscută: într-un exercițiu cu mai multe operații, se efectuează mai întâi (dacă există) înmulțirile și împărțirile (numite operații de ordinul a doilea), în ordinea în care apar și apoi adunările și scăderile (numite operații de ordinul I), în ordinea scrierii lor. În acest fel este rezolvată și problema apariției în exercițiu doar a unor operații de același ordin: acestea se efectuează în ordinea indicată de exercițiu.

Pentru formarea la elevi a priceperilor și deprinderilor de efectuare a unor astfel de exerciții cu mai multe operații diferite, este necesar ca în exercițiile propuse să fie utilizate numere mici, care orientează atenția

algoritm

copiilor spre aspectul esențial (ordinea efectuării) și nu spre efectuarea în sine a fiecărei operații.

Aceste exerciții trebuie să fie gradate, conținând, mai întâi, doar două operații de ordine diferite ($a + b \times c$; $a - b \times c$; $a + b : c$; $a - b : c$). Lungimea unui astfel de exercițiu nu trebuie să fie foarte mare pentru că poate induce la elevi oboseala și neatenția, ce se vor reflecta în obținerea unor rezultate greșite. Același efect îl poate avea și solicitarea de a rezolva, prea mult timp, numai sarcini de acest tip.

3.4.2. Folosirea parantezelor

Uneori, contextul matematic impune efectuarea mai întâi a unor operații de ordinul I și apoi a altora, de ordinul II. Ar apărea astfel o contradicție cu regula privind ordinea efectuării operațiilor. De aceea, într-o asemenea situație, acordarea priorităților de calcul este impusă de paranteze: mici (rotunde), mari (drepte), acolade. Acestea se folosesc doar perechi și conțin, între ele, secvența de exercițiu căreia i se acordă prioritate.

introducere

Introducerea parantezelor se face tot prin intermediul unor probleme. De exemplu:

„Bogdan și Cristian au cules cireșe: 23 kg și 17 kg. Cireșele culese au fost puse în lădițe de câte 5 kg fiecare. Câte lădițe s-au umplut?”. Analizând rezolvarea și expresia numerică a acesteia, se constată că, în acest caz, se efectuează mai întâi adunarea și apoi împărțirea. Pentru a marca prioritatea (adunarea), se folosesc parantezele mici, astfel încât scrierea rezolvării problemei este $(23 + 17) : 5$.

În mod asemănător se pot introduce parantezele mari și acoladele, ajungând la desprinderea regulii cunoscute: într-un exercițiu cu paranteze se efectuează mai întâi operațiile din parantezele mici, apoi cele din parantezele mari și, la urmă, cele din interiorul acoladelor. Se ajunge astfel la un exercițiu fără paranteze, în care acționează regula stabilită anterior privind ordinea efectuării operațiilor.

algoritm

Într-o posibilă lecție de recapitulare, la clasa a IV-a, poate fi evidențiat un algoritm de efectuare a oricărui exercițiu numeric, ce sintetizează toate regulile cunoscute. Decisive sunt două întrebări:

a) Exercițiul conține paranteze?

Dacă da, se efectuează operațiile din parantezele rotunde, apoi cele din cele mari (dacă există) și apoi din acolade (dacă există).

Dacă nu, se trece la întrebarea a doua.

b) Exercițiul conține operații de ordine diferite?

Dacă da, se efectuează întâi operațiile de ordinul II, în ordinea în care sunt date, apoi cele de ordinul I, în ordinea în care sunt date.

Dacă nu, se efectuează operațiile în ordinea în care sunt scrise în exercițiu.



Test de autoevaluare

1. Prezintă un demers didactic pentru abordarea la clasă a scăderii în cazul descăzutului cuprins între 10 și 20 și scăzătorului, mai mic decât 10, mai mare decât unitățile descăzutului.
2. Prezintă un demers didactic pentru introducerea tablei înmulțirii cu 7 (clasa a III-a).
3. Enumeră modalitățile de introducere a împărțirii cu rest 0 (fără rest).
4. Formulează o problemă care să ilustreze ordinea efectuării operațiilor într-un exercițiu de tipul $a+bx$.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.

3.5. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 3.2.2. (Adunarea și scăderea numerelor naturale în concentrul 0-20), cazul f).
2. Revedi 3.3.1. (Predarea înmulțirii), secvența care se referă la lecție în care se predă înmulțirea când unul dintre factori este un număr dat.
3. Revedi 3.3.2. (Predarea împărțirii), secvența care se referă la împărțirea cu rest 0 (fără rest)
R: împărțirea în părți egale, împărțirea prin cuprindere, împărțirea ca scădere repetată a unui același număr, împărțirea dedusă din tabla înmulțirii.
4. Revedi 3.4.1. (Ordinea efectuării operațiilor).

3.6. Lucrare de verificare 2

1. Prezintă un demers didactic pentru abordarea la clasă a adunării a două numere formate fiecare din zeci și unități, cu trecere peste ordin.
2. Prezintă un demers didactic pentru înmulțirea a două numere naturale de mai multe cifre.
3. Stabilește pașii algoritmului și precizează etapele calculului în scris pentru împărțirea unui număr de 3 cifre la un număr de o cifră, în cazul în care numărul sutelor și cel al zecilor deîmpărțitului se împart cu rest (diferit de zero) la împărțitor.
4. Formulează o problemă care să illustreze necesitatea folosirii parantezelor mici (rotunde).
5. Construiește o listă cu exerciții, gradate ca dificultate, conținând operații de ordine diferite, pentru o lecție de formare a priceperilor și deprinderilor. Motivează introducerea fiecărui exercițiu în listă.

După rezolvare, lucrarea de verificare trebuie transmisă tutorelui, într-o modalitate pe care o veți stabili împreună (e-mail, probă scrisă etc.).

Sugestii pentru acordarea punctajului

- Oficiu: 10 puncte
- Subiectul 1: 20 puncte
- Subiectul 2: 20 puncte
- Subiectul 3: 20 puncte
- Subiectul 4: 20 puncte
- Subiectul 5: 10 puncte.

3.7. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
- 2) Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
- 3) **** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
- 4) **** SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
- 5) **** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 4

Predarea–învățarea mărimilor și unităților de măsură

Cuprins

4.1.	Obiectivele unității de învățare	45
4.2.	Mărime. Măsurarea unei mărimi	45
4.3.	Unități de măsură	46
4.4.	Estimarea măsurilor unei mărimi	47
4.5.	Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și măsurilor acestora	48
4.6.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	51
4.7.	Bibliografie	51

4.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia predării mărimilor și a unităților de măsură;
- să discrimineze specificul introducerii mărimilor și a unităților de măsură, la clasa I;
- să conștientizeze particularitățile unei lecții vizând predarea mărimilor și a unităților de măsură, în clasele II-IV.

4.2. Mărime. Măsurarea unei mărimi

Problematika mărimilor și a măsurării acestora reprezintă o interfață între matematică și alte domenii ale cunoașterii umane, între matematică și viața cotidiană. Prin prezentarea unor mărimi frecvent întâlnite de elevi și a unităților de măsură corespunzătoare acestora, predarea-învățarea acestor noțiuni trebuie să aibă un pronunțat caracter instrumental, oferind copiilor “unelte” din ce în ce mai perfecționate, în vederea interacționării cu mediul.

mărime

De-a lungul timpului, termenul de **mărime** a fost definit în diverse moduri. Într-o accepție mai largă, prin mărime se înțelege tot ceea ce poate fi mai mare sau mai mic, adică tot ceea ce poate varia cantitativ. În același timp, mărimea poate fi privită ca o proprietate a corpurilor și a fenomenelor, în baza căreia acestea pot fi comparate (dimensiune, întindere, volum, cantitate, durată, valoare).

O importanță deosebită prezintă în activitatea practică acele mărimi care pot fi evaluate cantitativ și se pot exprima valoric, ca urmare a posibilității de a fi

asociate, în raport cu mărimi de referință de aceeași natură, cu un șir numeric. Astfel de mărimi sunt mărimi fizice. Mărimile fizice caracterizează proprietățile fizice ale materiei (masă, volum, densitate) sau mișcarea materiei în spațiu și timp (viteză, timp, distanță parcursă). Caracteristica principală a mărimilor fizice este că sunt măsurabile, adică se pot detecta și evalua cu un mijloc de măsurare oarecare.

Noțiunea de mărime este, de fapt, o noțiune fundamentală (ca și cea de mulțime) și, în consecință, se introduce fără a-i da o definiție, înțelegerea fiecărei mărimi făcându-se pe bază de exemple. Mărimile abordate începând cu clasa I sunt: lungimea, volumul (capacitatea vaselor), masa, timpul și valoarea.

măsurare

A măsura o mărime oarecare înseamnă a compara dimensiunea unui obiect (din punctul de vedere al mărimii respective: lungime, masă ș.c.l.) cu dimensiunea altui obiect de același fel, considerată ca unitate de măsură.

Prin operația de măsurare se stabilește un raport numeric între mărimea de măsurat și unitatea de măsură. Astfel, măsura reprezintă numărul care arată de câte ori se cuprinde etalonul în dimensiunea obiectului respectiv.

De exemplu, a măsura lungimea unui obiect echivalează cu a o compara cu lungimea unui alt obiect, pe care o vom considera drept unitate de măsură. Măsura reprezintă numărul care arată de câte ori se cuprinde etalonul (unitatea de măsură) în lungimea obiectului considerat.

4.3. Unități de măsură

necesitate

Necesitatea măsurării este dată de necesitatea comparării (în acest caz) lungimilor celor două obiecte. Dacă obiectele sunt deplasabile (de exemplu.: două panglici), atunci compararea se poate face direct, prin așezarea uneia peste cealaltă, astfel încât să aibă un capăt comun. Poziția celui de-al doilea capăt indică obiectul mai scurt/lung. Dar dacă obiectele nu sunt deplasabile (de exemplu: două ferestre; lungimea și lățimea clasei)? Atunci trebuie să luăm “ceva”, să le măsurăm pe fiecare cu acel “ceva” și să comparăm numerele obținute ca rezultate ale măsurării. De fapt, introducem astfel o unitate de măsură nestandard, acel “ceva” constituindu-se într-un etalon arbitrar, subiectiv.

*unități
nestandard*

Să presupunem că intenționăm să măsurăm lungimea unui ghiozdan, lățimea unui caiet și înălțimea unei vase (utilizarea celor trei termeni – lungime, lățime, înălțime – subliniază varietatea pozițiilor spațiale ale obiectelor de măsurat).

lungime

La început, se poate utiliza ca unitate de măsură nestandard, de exemplu, lungimea unei agrafe de birou. În urma acțiunii efective cu obiectele, se constată că lungimea ghiozdanului este de 10 ori mai mare decât a agrafei, lățimea caietului este cât 5 agrafe, iar înălțimea vasei este de 15 agrafe. Deci, măsurile lungimilor celor trei obiecte sunt: 10, 5 respectiv 15 (agrafe).

Dacă se schimbă unitatea de măsură, se vor schimba și măsurile obiectelor. Înlocuind agrafa cu un creion, se constată că lungimea ghiozdanului este de două ori cât lungimea creionului, lățimea caietului este cât lungimea creionului, iar înălțimea vasei este cât trei creioane. Deci, dimensiunile obiectelor au acum măsurile 2, 1 respectiv 3.

După astfel de experiențe se pot face și observații funcționale de tipul:

creșterea lungimii etalonului conduce la micșorarea corespunzătoare a măsurii obiectului.

Desigur, "instrumentele" de măsură a lungimii aflate cel mai la îndemână sunt: deschiderea palmei, lățimea unui deget, lungimea brațului/brațelor, pasul. Utilizarea individuală a acestora întărește ideea că rezultatul măsurării se schimbă odată cu schimbarea unității de măsură.

Și atunci, cum putem compara lungimile a două obiecte aflate în locuri diferite (clase diferite, școli diferite, localități diferite), unde nu dispunem de un același etalon? Răspunsul la această întrebare conduce la necesitatea introducerii și utilizării unei unități standardizate (metrul), ce urmează a fi studiat în clasa a II-a (conform programei).

Predarea-învățarea volumului și masei se realizează în mod asemănător, cu mențiunea că terminologia utilizată la clasă nu poate fi identică cu cea științifică, astfel că sintagme de tipul "capacitatea vaselor" și "cântărirea obiectelor" sunt mai apropiate de înțelegerea copilului.

Predarea-învățarea timpului ridică probleme metodice deosebite, întrucât această mărime este abstractă și deci mai puțin accesibilă elevilor, care nu o pot vizualiza și intui direct, ca în cazul celorlalte mărimi. De aceea, predarea-învățarea timpului se realizează în strânsă legătură cu acțiunile și evenimentele în care elevii sunt implicați. Astfel, ora reprezintă durata unei lecții (plus pauza), ziua durează de la un răsărit al soarelui până la alt răsărit.

O idee importantă ce trebuie urmărită este cea de succesiune/simultaneitate a evenimentelor în timp. Elevii vor trebui să sesizeze, să compare și să precizeze ordinea desfășurării în timp a două (sau mai multe) evenimente, stabilind dacă unul are loc înaintea altuia sau se realizează în același timp. Curgerea timpului poate fi materializată prin întocmirea unei "benzi a timpului" (pentru o perioadă mai scurtă sau mai lungă) ori a unui calendar.

Chiar învățarea unităților de măsură pentru timp va fi mai dificilă, deoarece între acestea nu există o relație de multiplicitate cu 10 (ca la celelalte trei mărimi anterioare), ci cu 60 (1 oră=60 minute, 1 minut=60 secunde) sau alți factori (ex.: 1 zi=24 ore, 1 săptămână=7 zile).

Și în predarea-învățarea timpului se evidențiază nu numai legătura cu mediul, ci și interdisciplinaritatea. "Citirea" orelor pe ceas poate fi precedată de realizarea la "abilități practice" a unui cadran din carton și a acelor indicatoare, ce vor fi utilizate în activitățile de învățare din lecția de matematică.

4.4. Estimarea măsurilor unei mărimi

O problemă comună predării-învățării mărimilor este cea a **estimării** dimensiunilor unui obiect sau fenomen din această sferă. Nu este suficient ca elevii să dobândească doar cunoștințe despre măsuri și deprinderi elementare de măsurare cu instrumentele corespunzătoare, ci și capacitatea de a estima lungimea unui obiect, capacitatea unui vas, masa unui corp sau durata desfășurării unui eveniment. Tocmai această capacitate este implicată frecvent în viața cotidiană, inclusiv în luarea unor decizii mai mult sau mai puțin importante (de exemplu.: nu încercăm să introducem pe o ușă un obiect de mobilier care "nu încapă"; nu încercăm să golim conținutul unei canistre pline într-o sticlă ș.a. Iar un șofer care nu poate estima corect distanța față de un

obstacol și vitezele cu care se circulă își riscă viața sa și a altora).

Este necesar ca estimările făcute de elevi să fie verificate prin măsurare directă, pentru ca priceperea respectivă să devină mai rafinată, conținând o marjă de eroare din ce în ce mai mică. Această activitate, ce vizează autocontrolul, poate fi coroborată cu cea de înregistrare a datelor într-un tabel și urmată apoi de o parte calculatorie, în care fiecare elev își poate determina „eroarea personală” de apreciere în plus sau în minus, a dimensiunii mărimii respective. Aceasta presupune și o evidentă conectare la realitatea imediată, solicitările trebuind să vizeze mărimi și dimensiuni ale unor obiecte, distanțe, fenomene pe care elevii le întâlnesc frecvent în mediul înconjurător, în sala de clasă, în școală sau în afara ei.

4.5. Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și măsurilor acestora

obiective

Referindu-ne la întreaga Unitatea care vizează mărimile și măsurarea lor, precizăm că obiectivele pe care învățătorul ar trebui să le aibă în vedere sunt:

- ✓ intuirea de către elevi a noțiunii de mărime, prin prezentarea unor mărimi de largă utilizare (lungime, volum, masă, timp);
- ✓ motivarea elevilor pentru a înțelege necesitatea introducerii unităților de măsură (etaloane nestandardizate, apoi cele standardizate) pentru o mărime considerată;
- ✓ înțelegerea măsurării ca o acțiune de determinare a unui număr ce caracterizează dimensiunea unui obiect sau fenomen (numărul care arată de câte ori se cuprinde etalonul în dimensiunea ce trebuie măsurată);
- ✓ alegerea unor unități de măsură convenabile, iar în perspectivă, cunoașterea unităților principale pentru mărimea studiată;
- ✓ familiarizarea cu instrumentele utilizate în măsurarea unei mărimi considerate;
- ✓ formarea deprinderii de a utiliza instrumentele de măsură și a priceperii de a măsura dimensiunile unor obiecte din mediul înconjurător;
- ✓ formarea priceperii de a consemna, compara și interpreta rezultatele măsurărilor;
- ✓ formarea capacității de a aprecia (estima) corect dimensiunile unor obiecte din mediul înconjurător;
- ✓ formarea priceperii de a opera (adunare/scădere) cu măsurile a două obiecte de același fel, atât prin acțiune directă, cât și prin calcul.

obiective
pentru
clasele
III-IV

La toate acestea se adaugă, pentru clasele a III-a și a IV-a, următoarele obiective:

- ✓ înțelegerea necesității introducerii submultiplilor / multiplilor unităților principale de măsură;
- ✓ cunoașterea submultiplilor/multiplilor unităților de măsură ale mărimilor studiate;
- ✓ familiarizarea cu instrumentele de măsură specifice acestora;
- ✓ formarea priceperii de a măsura utilizând submultiplii/multiplii;
- ✓ înțelegerea necesității transformării unităților de măsură;
- ✓ formarea priceperii de a transforma unitățile de măsură, folosind multiplii și submultiplii unității principale;

- ✓ formarea priceperii de aplicare în probleme a cunoștințelor dobândite despre unitățile de măsură.

clasa I

Obiectivul de referință prevăzut de programa de matematică a clasei I, vizând mărimile, cere ca elevii să fie capabili să măsoare și să compare lungimea, capacitatea sau masa unor obiecte, folosind unități de măsură nestandard, aflate la îndemâna copiilor și să recunoască orele fixe pe ceas.

Conținuturile învățării corespunzătoare acestui obiectiv sunt:

- ✓ măsurări cu unități nestandard (palmă, creion, bile, cuburi, etc.) pentru lungime, capacitate, masă;
- ✓ măsurarea timpului; recunoașterea orelor fixe pe ceas; unități de măsură: ora, ziua, săptămâna, luna.

clasa a II-a

La clasa a II-a, primul obiectiv de referință tematic cere ca elevii să măsoare și să compare lungimea, capacitatea sau masa unor obiecte folosind unități de măsură nestandard adecvate, precum și următoarele unități de măsură standard: metrul, centimetrul, litrul. Un al doilea obiectiv tematic impune ca elevii să utilizeze unități de măsură pentru timp și unități monetare.

Conținuturile învățării corespunzătoare acestor obiective sunt:

- ✓ măsurări folosind unități neconvenționale;
- ✓ unități de măsură pentru lungime (metrul), capacitate (litrul), masa (kilogramul), timp (ora, minutul, ziua, săptămâna, luna); monede și bancnote;
- ✓ utilizarea instrumentelor de măsură adecvate.

clasa a III-a

Obiectivul de referință corespunzător clasei a III-a cere ca elevii să cunoască unitățile de măsură standard pentru lungime, capacitate, masă, timp și unități monetare și să exprime legătura dintre unitatea principală de măsură și multiplii, respectiv submultiplii ei uzuali.

Acestui obiectiv îi corespund următoarele conținuturi ale învățării:

- ✓ măsurări folosind etaloane neconvenționale;
- ✓ unități de măsură pentru lungime: metrul, multiplii, submultiplii (fără transformări); unități de măsură pentru capacitate: litrul, multiplii, submultiplii (fără transformări); unități de măsură pentru masă: kilogramul, multiplii, submultiplii (fără transformări); unități de măsură pentru timp: ora, minutul, ziua, săptămâna, luna anul; monede și bancnote;
- ✓ utilizarea instrumentelor de măsură adecvate: metrul, rigla gradată, cântarul, balanța.

clasa a IV-a

La clasa a IV-a, obiectivul de referință cere ca elevii să cunoască unitățile de măsură standard pentru lungime, capacitate, masă, suprafață, timp și unități monetare și să exprime prin transformări pe baza operațiilor învățate, legăturile dintre unitățile de măsură ale aceleiași mărimi.

Acestui obiectiv îi corespund următoarele conținuturi ale învățării:

- ✓ măsurări folosind etaloane neconvenționale;
- unități de măsură pentru lungime: metrul, multiplii, submultiplii, transformări;
- unități de măsură pentru capacitate: litrul, multiplii, submultiplii, transformări;
- unități de măsură pentru masă: kilogramul, multiplii, submultiplii, transformări;
- unități de măsură pentru timp: ora, minutul, săptămâna, luna, anul, deceniul, secolul, mileniul; monede și bancnote.



Test de autoevaluare

1. Ce înseamnă a măsura o mărime fizică și ce reprezintă rezultatul măsurării ?
2. Exemplifică unități de măsură nestandard utilizabile în măsurarea mărimilor, în clasa I.
3. Enumeră cel puțin 5 obiective ale predării-învățării mărimilor și măsurilor acestora, în ordinea importanței pe care le-o atribui.
4. Precizează conținuturile învățării corespunzătoare temei, la cel puțin una dintre clasele II-IV.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.

4.6. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 4.2. (Mărime. Măsurarea unei mărimi).
2. Revedi 4.3. (Unități de măsură= și încearcă să „inventezi” noi unități nestandard.
3. Revedi 4.5. (Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și măsurilor acestora), analizează și ierarhizează cel puțin 5 obiective.
4. Revedi 4.5., alege cel puțin una dintre clasele II-IV și precizează conținuturile.

4.7. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
- 2) Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
- 3) **** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
- 4) **** SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
- 5) **** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 5

Predarea elementelor de geometrie

Cuprins

5.1. Obiectivele unității de învățare.....	52
5.2. Locul și rolul elementelor de geometrie în matematica școlară.....	52
5.3. Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie	53
5.4. Intuitiv și logic în predarea elementelor de geometrie	54
5.5. Formarea conceptelor geometrice.....	54
5.6. Sugestii metodice	55
5.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	57
5.8. Bibliografie.....	57

5.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia predării elementelor de geometrie în clasele I-IV;
- să discrimineze condiționările psihologice ale formării conceptelor geometrice;
- să conștientizeze particularitățile unei lecții vizând predarea elementelor de geometrie.

5.2. Locul și rolul elementelor de geometrie în matematica școlară

locul

Elementele de geometrie reprezintă o interfață între matematică și realitatea înconjurătoare, constituindu-se în instrumente de modelare și simulare a acestei realități.

rolul

Prin învățarea elementelor de geometrie se dezvoltă la elevi spiritul de observație, sunt angajate operațiile gândirii, formând un tip specific de raționament (raționamentul geometric), este stimulată plăcerea de a cerceta și de a descoperi prin forțe proprii, atracția pentru problematic.

Introducerea elementelor de geometrie în matematica școlară a claselor I-IV urmărește ca elevii să-și însușească cunoștințe fundamentale legate de spațiu, pornind de la observarea obiectelor din realitatea cunoscută și accesibilă lor. Prin activitățile de construcție, desen, pliere și măsurare, învățătorul asigură implicarea mai multor organe de simț în perceperea corpurilor și figurilor geometrice plane, în vederea creării bazei intuitive necesare cunoașterii lor științifice. Considerăm că abordarea noțiunilor de geometrie în clasele primare are drept scop principal formarea la elevi a unor reprezentări spațiale, necesare

în clasele următoare pentru însușirea sistematică și logică a geometriei, precum și a capacității de a esențializa și abstractiza realitatea înconjurătoare. Preocuparea pentru studiul geometriei, la acest nivel, este justificată de faptul că aceasta se constituie într-o modalitate inedită de a aplica matematica în viață și de a matematiza elemente și relații între elementele spațiale ale realității imediate.

Studiul geometriei se realizează modular, prin introducerea unui astfel de capitol în fiecare dintre clasele I-IV și se plasează pe 3 planuri: dobândirea de cunoștințe științifice, formarea capacității de a aplica cunoștințele de geometrie și dezvoltarea raționamentului matematic.

Din punct de vedere al conținutului, acesta trebuie să formeze un sistem coerent și structurat de cunoștințe despre formele obiectelor lumii reale, despre proprietățile acestora și despre mărimile ce la pot caracteriza. În această perspectivă, geometria se conectează cu o altă temă majoră a matematicii școlare din clasele I-IV: mărimi și măsurarea mărimilor.

5.3. Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie

obiective

Predarea-învățarea elementelor de geometrie vizează realizarea următoarelor obiective:

- ✓ cunoașterea intuitivă a unor noțiuni de geometrie și formarea capacității de a le utiliza;
- ✓ dezvoltarea capacităților de explorare/ investigare a mediului înconjurător, în vederea formării unor reprezentări și noțiuni geometrice corecte, precum și inițierea în rezolvarea problemelor cu conținut geometric;
- ✓ formarea și dezvoltarea capacității de a comunica, prin includerea în limbajul activ al elevilor a unor termeni din geometrie;
- ✓ dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul geometriei.

La clasele I și a II-a, obiectivul de referință corespunzător acestui capitol este același, solicitând recunoașterea formelor plane și a formelor spațiale.

La clasa I, conținuturile învățării sunt:

- ✓ figuri geometrice: triunghi, pătrat, dreptunghi, cerc;
- ✓ cub, sferă (observarea obiectelor cu această formă).

La clasa a II-a, aceste conținuturi se îmbogățesc cu:

- ✓ punct, segment, linie dreaptă, linie frântă, linie curbă;
- ✓ interiorul/ exteriorul unei figuri geometrice.

Obiectivul de referință pentru clasa a III-a solicită sortarea și clasificarea de obiecte și desene după forma lor și remarcarea proprietăților simple de simetrie ale unor desene. Conținuturile învățării, corespunzătoare acestui obiectiv, sunt:

- ✓ poligon;
- ✓ paralelipiped dreptunghic, cilindru, con (observare de obiecte).

Obiectivul de referință pentru clasa a IV-a vizează recunoașterea formelor plane și a formelor spațiale, identificarea și desemnarea proprietăților simple ale unor figuri geometrice. Conținuturile învățării constau în:

- ✓ unghi; drepte paralele;
- ✓ patrulatere speciale: rombul;
- ✓ perimetrul (dreptunghi, pătrat);
- ✓ aria.

5.4. Intuitiv și logic în predarea elementelor de geometrie

intuitiv

Elementele de geometrie au un caracter intuitiv, cu un stil de gândire apropiat de al etapei preeuclidiene (600 – 300 î.e.n.).

Rolul dominant al intuiției este justificat de necesitatea corelării cu particularitățile psiho-fiziologice ale școlarului mic, cu experiența sa didactică și de viață.

Caracterul intuitiv se regăsește, în principal, în următoarele aspecte:

- ✓ noțiunile primare au o bază intuitivă;
- ✓ propozițiile care au, la acest nivel, un conținut evident prin el însuși (deși constituie teoreme în geometria euclidiană), aici nu se demonstrează (se admit tocmai pe baza caracterului lor intuitiv);
- ✓ accentul este pus pe tratarea problemelor aplicative, ridicate de realitate; nu există probleme „de demonstrat”.

logic

Desigur, nu trebuie să se rămână doar la nivel de intuiție, pentru că formarea noțiunilor presupune abstractizări și generalizări.

În cunoașterea și înțelegerea conținutului geometric, este decisivă stabilirea unui raport corespunzător între intuitiv și logic. Dobândirea elementelor de geometrie trebuie să înceapă cu procese de intuire a mai multor cazuri particulare de obiecte care evidențiază materializat noțiunea geometrică ce urmează a fi extrasă. Apoi, cu ajutorul cuvântului, prin dirijarea atentă a observației, se ajunge la ceea ce este esențial și caracteristic. Nota generală astfel stabilită, ce definește noțiunea geometrică, se convertește în limbaj matematic. Printre primele elemente logice se înscrie definiția. Pentru a ajunge la definiția unei noțiuni geometrice este necesară distingerea proprietăților caracteristice ale obiectului de definit, a condițiilor necesare și suficiente existenței acestuia. În timp, toate acestea se structurează în precizarea elementelor ce aparțin noțiunii definite (genul proxim) și a celor care precizează diferența specifică.

5.5. Formarea conceptelor geometrice

etape

În formarea unei noțiuni geometrice trebuie să fie parcurse următoarele etape:

- intuirea, în mediul înconjurător, a obiectelor care evidențiază materializat noțiunea, cu dirijarea atenției elevilor către ceea ce interesează a fi observat, asupra notelor caracteristice noțiunii respective;
- observarea și analizarea acestor proprietăți pe un material didactic ce evidențiază noțiunea (model, machetă);
- reprezentarea prin desen a noțiunii, cu indicarea elementelor componente descoperite prin observarea directă, notarea figurii și evidențierea proprietăților caracteristice;
- formularea definiției, prin precizarea genului proxim și a diferenței specifice, acolo unde este posibil sau prin stabilirea proprietăților caracteristice care determină sfera noțiunii;
- identificarea noțiunii în alte situații, poziții, domenii ale realității;
- construirea materializată a noțiunii, folosind hârtie, sârmă, bețișoare ș.a. (atunci când este posibil);
- sistematizarea conceptelor prin clasificarea figurilor care fac parte

- din aceeași categorie;
- utilizarea noțiunii în rezolvarea problemelor și transferul ei în situații geometrice noi.

În consecință, pentru asimilarea elementelor de geometrie de către școlarii mici, este necesar ca noțiunile să fie învățate prioritar prin procese intuitive și formate inițial pe cale inductivă, să se înscrie în spiritul rigurozității și să fie funcționale.

5.6. Sugestii metodice

Predarea-învățarea noțiunilor de geometrie în învățământul primar este direcționată de câteva cerințe, dintre care menționăm:

definițiile

Elevii nu trebuie să învețe definițiile pe de rost. Definițiile și proprietățile figurilor geometrice se vor deduce din analiza modelelor prezentate. În cele mai multe cazuri, nici nu se poate da o definiție riguroasă, deoarece elevii întâlnesc mai întâi noțiunea specie și apoi cu noțiunea gen. Este abordat un caz particular, înaintea celui general (de exemplu, dreptunghiul se studiază înaintea paralelogramului).

activitatea individuală a elevilor

La studierea figurilor geometrice, învățătorul va folosi cu precădere activitatea individuală, directă a elevilor. Aceștia vor construi figura cu ajutorul instrumentelor geometrice, o vor examina și vor încerca să-i descopere proprietățile. Învățătorul va prezenta elevilor cazuri și poziții variate ale noțiunii geometrice și nu se va rezuma numai la studierea unui caz particular.

În formarea unui concept geometric, se va porni de la explorarea vizuală a mediului și de la intuirea materialului didactic. Sunt eficiente modelele mobile, care permit elevilor să intuiască, să înțeleagă și să rețină proprietățile figurilor geometrice.

Observațiile și concluziile vizând o noțiune geometrică vor avea la bază intuiția, experiența empirică a elevilor, raționamentul de tip analogic și inductiv, dar și elemente de deducție, atât de necesare dezvoltării gândirii elevilor. Ca bază pentru concluzii nu trebuie să se folosească o singură experiență. Pentru aceasta, elevii trebuie orientați să observe, să compare și să generalizeze cu precauție, întrucât concluzia rezultată numai dintr-un caz particular poate fi greșită.

plauzibilitatea măsurilor

Învățătorul trebuie să aibă în vedere plauzibilitatea măsurilor atașate mărimilor geometrice, să prezinte probleme cu date posibil de reprezentat în desen, pe pagina caietului. Rezultatele obținute de elevi prin raționamente geometrice și calcul vor fi verificate prin măsurare directă.

În redactarea rezolvării unei probleme cu conținut geometric, învățătorul îi poate conduce pe elevi spre utilizarea structurii specifice problemelor de geometrie: " Se dă; Se cere".

Prin lecțiile cu conținut geometric, învățătorul va urmări ca un număr cât mai mare din cunoștințele dobândite să poată fi folosite nu numai în activitatea următoare a elevilor la geometrie, dar și în alte domenii ale matematicii sau la alte discipline școlare.

Elementele de geometrie se pot conecta cu zona predării – învățării mărimilor și a unităților de măsură sau pot fi utilizate în rezolvarea problemelor de matematică, în vederea schematizărilor sau a concretizărilor acestora.

Cunoștințele, priceperile și deprinderile vizând geometria pot avea ca sursă ori pot valoriza ceea ce elevii și-au însușit sau au folosit în lecțiile de educație plastică, abilități practice, educație fizică și chiar limba română (în învățarea scrisului).



Test de autoevaluare

1. Prezintă, folosind cuvinte proprii, specificul predării elementelor de geometrie în clasele I-IV.
2. Formulează, folosind cuvinte proprii, obiectivele învățării elementelor de geometrie.
3. Precizează conținuturile învățării elementelor de geometrie, la cel puțin două dintre clasele I-IV.
4. Optează pentru intuitiv sau logic în predarea elementelor de geometrie și motivează-ți opțiunea.
5. Enumeră și descrie, pe scurt, etapele din formarea unei noțiuni geometrice.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.



5.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 5.2. (Locul și rolul elementelor de geometrie în matematica școlară).
2. Revedi 5.3.(Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie).
3. Revedi 5.3., analizează și optează.
4. Revedi 5.4. (Intuitiv și logic în predarea elementelor de geometrie), analizează și evaluează.
5. Revedi 5.5.(Formarea conceptelor geometrice).

5.8. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
- 2) Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
- 3) **** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
- 4) **** SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
- 5) **** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 6

Predarea fracțiilor

Cuprins

6.1. Obiectivele unității de învățare.....	58
6.2. Formarea noțiunii de fracție	58
6.3. Compararea unei fracții cu întregul.....	60
6.4. Frații egale	60
6.5. Compararea a două fracții	60
6.6. Operații cu fracții.....	61
6.7. Aflarea unei fracții dintr-un întreg.....	62
6.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	64
6.9. Bibliografie	64

6.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia specifică predării fracțiilor, în clasa a IV-a;
- să discrimineze specificul introducerii fracțiilor, în clasa a IV-a;
- să conștientizeze extinderea conceptului de număr și implicațiile psihologice ale acestui fapt la elevii clasei a IV-a.

6.2. Formarea noțiunii de fracție

*lărgirea
conceptului
de număr*

Introducerea, în clasa a IV-a, a noțiunii de fracție reprezintă **prima lărgire a conceptului de număr**. Elevii vor învăța că noua mulțime numerică o include pe cea a numerelor naturale, prin înțelegerea faptului că o fracție cu numitorul 1 reprezintă un număr natural.

Formarea noțiunii de fracție este un proces mai complicat, ce va conduce, în timp, la conceptul de număr rațional. Bazele psihopedagogice ale predării-învățării fracțiilor sunt determinate de sporirea experienței de viață și didactice a elevilor, a maturizării lor cognitive, a lărgirii ariei cunoștințelor lor matematice și din alte domenii ale cunoașterii. Demersul didactic trebuie să aibă traseul obișnuit în învățarea la această vârstă: de la elementele acționale, concrete, la cele de reprezentare iconică și atingând nivelul abstracțiunii, prin elemente simbolice.

*cazuri
particulare
cunoscute*

Învățarea fracțiilor în clasa a IV-a nu pornește de pe un loc gol. În clasa a II-a, elevii au cunoscut termenii de jumătate (**doime**) și sfert (**pătrime**), în legătură cu împărțirea unui număr la 2, respectiv la 4, lucruri ce pot fi valorificate în acest capitol. Astfel, știind că una din cele două părți de

aceeași mărime în care a fost împărțit un întreg reprezintă o doime, că una din cele 4 părți de aceeași mărime în care a fost împărțit întregul reprezintă o pătrime, se pot aborda alte cazuri particulare, ce vor conduce la generalizarea ce definește unitatea fracționară: o parte dintr-un întreg care a fost împărțit în părți la fel de mari. Elevii vor fi conduși să intuiască întregul ca un obiect, o figură geometrică, o mulțime de obiecte sau imagini de același fel sau chiar număr.

Date fiind experiența matematică redusă a elevilor, capacitățile de abstractizare și generalizare încă nematurizate, precum și noutatea noțiunii, învățarea acesteia parcurge mai multe etape:


etape

- etapa de fracționare efectivă a unor obiecte concrete (măr, pâine, portocală ș.a.) și de partiție a unor mulțimi de obiecte concrete (nuci, creioane, bețișoare, jetoane ș.a.);
- etapa de fracționare prin îndoirea unor figuri geometrice plane care au axe de simetrie (pătrate, dreptunghiuri, cercuri);
- etapa de fracționare prin trasarea unor linii pe un desen geometric dat, pe care-l împart în părți la fel de mari (axe de simetrie ale unui pătrat, dreptunghi, cerc ș.a) sau fracționarea unor imagini de obiecte (trasarea unor linii pe imaginea unui măr, a unei clădiri ș.a)
- etapa de fracționare a numerelor, reductibilă la împărțirea acestora la un număr dat (2, pentru aflarea unei doimi; 4, pentru aflarea unei pătrimi ș.a.m.d.)

În cadrul fiecărei etape se va evidenția unitatea fracționară și se va sublinia faptul că întregul a fost împărțit în părți la fel de mari.

definire

Se introduce apoi noțiunea de fracție, ca fiind una sau mai multe unități fracționare și scrierea/citirea acesteia. Pentru ca elevii să rețină mai ușor denumirile celor doi termeni ai unei fracții, se poate preciza că numitorul "numește" unitatea fracționară (de exemplu, 2 – întregul a fost împărțit în două părți la fel de mari, numite doimi), iar numărătorul "numără" câte unități fracționare formează fracția dată. În citirea unei fracții se va urmări ca exprimările elevilor să fie complete și corecte (ex. $\frac{3}{4}$ = trei pătrimi și nu "3 pe 4" sau "3 supra 4"), pentru a conștientiza noțiunea de fracție, evitând formalizări ce nu spun nimic elevului din clasa a IV-a. De asemenea, din punct de vedere metodic, se recomandă folosirea unei fracții ai căror numărători/numitori sunt numere mai mici decât 10.

Primele tipuri de sarcini ale elevilor vizează precizarea fracției corespunzătoare unor părți dintr-un întreg împărțit în părți egale (de exemplu: să se scrie fracția corespunzătoare părții hașurate/colorate dintr-un întreg împărțit în  părți egale:). Apoi se cere elevilor să hașureze/coloreze partea dintr-un întreg împărțit în părți egale ce corespunde unei fracții date, respectiv să împartă întregul și să hașureze/coloreze corespunzător fracției date. Sarcinile de lucru pot fi și de natură practică: să se plieze o foaie de hârtie de formă pătrată astfel încât să se obțină un număr de părți egale și apoi să se coloreze câteva dintre acestea, corespunzător unei fracții date. Un alt tip de sarcină, mai dificil, este cel în care, prezentându-se obiecte concrete de două feluri sau imagini ale acestora (de exemplu, mere și pere), se cere elevilor să scrie fracția ce reprezintă numărul obiectelor de primul fel față de toate sau față de cele de felul al doilea (în exemplu: numărul merelor față de numărul fructelor și față de numărul perelor).

6.3. Compararea unei fracții cu întregul

*fracții
subunitare*

*fracții
echiunitare*

*fracții
supraunitare*

Următoarele informații pe care și le pot însuși elevii se referă la tipurile de fracții date de compararea cu întregul (subunitare, echiunitare, supraunitare). Prin acțiune directă cu obiecte sau cu imagini, aceștia constată că dacă numărătorul fracției este mai mic decât numitorul, trebuie luate în considerare mai puține unități fracționare decât are întregul în cazul dat (ex.: pentru fracția $\frac{3}{4}$, întregul a fost împărțit în 4 părți la fel de mari și s-au luat în considerare doar 3 dintre ele), deci fracția reprezintă, în acest caz, mai puțin decât un întreg, numindu-se subunitară. Dacă numărătorul fracției este egal cu numitorul, atunci se iau în considerare toate unitățile fracționare ale întregului, deci tot întregul, fracția reprezentând, în acest caz, chiar întregul și numindu-se echiunitară. Dacă numărătorul fracției este mai mare decât numitorul, elevii constată că nu sunt suficiente unități fracționare ale întregului și este necesară considerarea încă unui întreg (sau mai mulți) de același fel, pentru a obține fracția. Firește, în acest caz, fracția reprezintă mai mult decât un întreg și se va numi supraunitară. Treptat, concretul reprezentat de obiecte sau imagini va dispărea și elevii își vor forma priceperea de a sesiza tipul fracției, prin simpla comparare a numărătorului cu numitorul.

6.4. Frații egale

definire

obținere

Fracțiile egale sunt definite ca fiind fracțiile ce reprezintă aceeași parte dintr-un întreg sau din întregi identici. Această definiție nu poate fi asimilată de elevi decât prin intuirea unor situații particulare. Astfel, se poate cere elevilor să plieze o foaie de hârtie dreptunghiulară astfel încât să obțină două părți la fel de mari, apoi să hașureze/coloreze într-un anumit mod, una dintre părți (deci, $\frac{1}{2}$). Apoi se cere plierea aceleiași foi astfel încât să se obțină patru părți la fel de mari și să se hașureze/coloreze într-un alt mod, două părți (deci, $\frac{2}{4}$). Se compară apoi părțile hașurate/colorate, constatându-se că reprezintă aceeași parte din întreg, motiv pentru care vor fi numite fracții egale și se va scrie $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.



Acțiunile de acest tip ar putea continua, elevii descoperind că $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, ceea ce constituie un prim pas în sesizarea proprietății de amplificare (înmulțirea atât a numărătorului cât și a numitorului cu un același număr nenul), ce reprezintă și o modalitate de obținere a fracțiilor egale cu o fracție dată. Analiza șirului de egalități scrise în ordine inversă ($\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$) sugerează proprietatea de simplificare a fracțiilor (împărțirea atât a numărătorului cât și a numitorului cu un același număr nenul).

6.5. Compararea a două fracții

*fracții cu
același
numitor*

Problema comparării a două fracții apare imediat după problema egalității: dacă fracțiile nu sunt egale, trebuie stabilit care dintre ele este mai mică/mare. În acest fel se va introduce o relație de ordine în mulțimea fracțiilor. La clasa a

IV-a, sunt abordate doar două situații în compararea fracțiilor:

- a) fracțiile au același numitor;
- b) fracțiile au același numărător.

Primul caz nu ridică probleme metodice deosebite, elevii intuind cu ușurință că, fracțiile având același numitor, "părțile" (unitățile fracționare) sunt la fel de mari, deci va fi mai mică fracția cu numărătorul mai mic, deoarece se "iau mai puține unități fracționare.

fracții cu același numărător

Pentru compararea fracțiilor care au același numărător, elevii trebuie să înțeleagă că, împărțind un întreg în părți (egale) mai multe, părțile vor fi mai mici. Această aserțiune poate fi intuită cu ușurință prin prezentarea problematizată a unei situații de tipul: Avem două prăjituri egale, una împărțită în două părți (egale), cealaltă în trei părți (egale); pe care bucată ai alege-o și de ce? În acest fel, elevii pot realiza că $1/2 > 1/3$ și prin abordarea altor cazuri particulare, că $1/2 > 1/3 > 1/4 > \dots$, adică, dintre două unități fracționare diferite este mai mare cea cu numitorul mai mic. În acest context este mai ușor pentru elevi să ordoneze descrescător mai multe unități fracționare diferite. După asimilarea faptului că $1/2 > 1/3$, se deduce imediat că $1/3 < 1/2$ și prin inducție, se ajunge la regula ce permite ordonarea crescătoare a unităților fracționare: dintre două unități fracționare este mai mică cea care are numitorul mai mare. În etapa următoare se consideră nu câte o unitate fracționară, ci mai multe (dar tot atâtea din fiecare întreg!), adică fracții cu numărători egali. Cunoscând faptul că o pătrime reprezintă mai mult decât o cincime (din același întreg sau din doi întregi egali), elevii intuiesc cu ușurință că dacă se iau câte 3 asemenea părți, 3 pătrimi înseamnă mai mult decât 3 cincimi. După prezentarea mai multor asemenea cazuri particulare, se poate obține regula: dintre două fracții cu același numărător este mai mare cea cu numitorul mai mic. Sarcinile care urmează vizează: stabilirea celei mai mari fracții dintre mai multe fracții cu același numărător, compararea și ordonarea descrescătoare a mai multor astfel de fracții, urmată de ordonarea lor crescătoare.

6.6. Operații cu fracții

operare

Adunarea și scăderea fracțiilor cu același numitor) nu ridică probleme metodice deosebite deoarece, în această etapă, elevii pot discrimina cu ușurință tipul de problemă simplă întâlnit, iar partea calculatorie este corect intuită, după utilizarea unui desen sugestiv și a unor exprimări neformalizate (de tipul: două cincimi + o cincime =?, trei cincimi – două cincimi =?). Se ajunge astfel la regulile cunoscute: pentru a aduna/scădea două fracții cu același numitor se adună/scad numărătorii, numitorul rămânând neschimbat.

În perspectiva simetriei relației de egalitate, pentru cultivarea reversibilității gândirii elevilor este necesară abordarea unor sarcini de tipul scrierii unei fracții ca o sumă/diferență de fracții având același numitor

$$\text{(ex. } 3/5 = 1/5 + \quad ; 5/6 = \quad /6 + \quad ; 6/7 = \quad + \quad \text{)}$$

și analog pentru scădere). Mai menționăm că, la nivelul trunchiului comun al programei, este suficient să se opereze cu fracții subunitare, deoarece utilizarea celorlalte tipuri de fracții (echiunitare, supraunitare) ar atrage după sine o altă problemă: scoaterea întregilor din fracție.

extindere

O eventuală extindere la cazul adunării/scăderii fracțiilor cu numitori diferiți este posibilă doar în situația în care elevii au capacitatea de a obține fracții

egale cu o fracție dată (vezi amplificarea) și de a o alege pe cea utilă. Poate fi abordat cazul în care unul dintre numitori este numitorul comun al fracțiilor date (de exemplu, $2/5 + 1/10$, $3/4 - 1/2$, $2/3 - 4/9$)

6.7. Aflarea unei fracții dintr-un întreg

etape

Aflarea unei fracții dintr-un întreg trebuie realizată metodic în două etape:

- a) aflarea unei (singure) unități fracționare dintr-un întreg;
- b) aflarea unei fracții (mai multe unități fracționare) dintr-un întreg.

prima etapă

Prima etapă se parcurge apelând mai întâi la intuiție, prin utilizarea unui material didactic tridimensional (obiecte) și plan (imagini, figuri). Problema aflării unei doimi dintr-un astfel de întreg este transpusă cu ușurință de către elevi în plan operațional, la împărțirea acestuia în două părți egale. Prin inducție se ajunge la concluzia că aflarea unei unități fracționare dintr-un întreg este reductibilă la împărțirea acestuia în atâtea părți egale cât arată numitorul. Apoi se află unități fracționare din întregi ce reprezintă mase, lungimi, volume, cantități (ex.: $1/2$ din 10 kg, $1/3$ din 9m, $1/4$ din 12 l), reținând ideea: împărțire (în părți egale). De aici, se trece la aflarea unei unități fracționare dintr-un număr ($1/2$ din 10, $1/3$ din 9, $1/4$ din 12), subliniind procedeul: împărțire.

a doua etapă

Parcurgerea celei de-a doua etape (aflarea unei fracții dintr-un întreg) presupune doi pași: aflarea unei singure unități fracționare de tipul indicat de numitor și apoi aflarea fracției respective din întreg. De exemplu, problema aflării a $3/4$ din 12 este reductibilă la: aflarea unei pătrimi din 12 (ceea ce elevii știu) și constatarea că 3 astfel de părți (pătrimi) înseamnă de 3 ori mai mult decât una singură (deci înmulțire cu 3).

După rezolvarea mai multor cazuri particulare se sintetizează modul de lucru în regula: pentru a afla cât reprezintă o fracție dintr-un număr (natural), împărțim numărul la numitorul fracției și înmulțim rezultatul cu numărătorul.

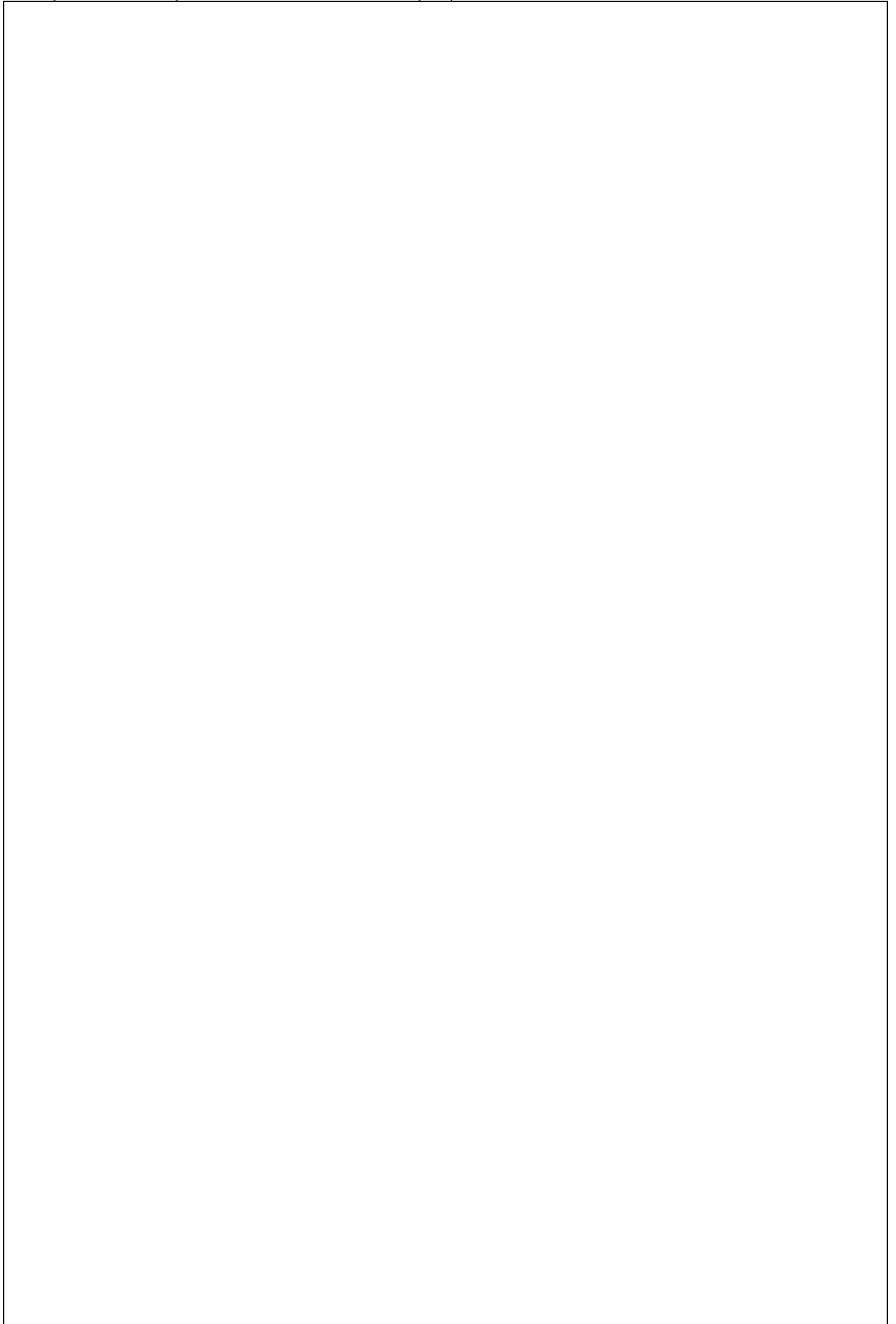
Din punct de vedere metodic, această ultimă etapă poate fi parcursă, funcție de particularitățile clasei, trecând prin fiecare dintre fazele concretă, semiconcretă și abstractă sau numai prin ultimele/ultima. Considerăm că elevii și-au însușit procedeul aflării unei fracții dintr-un întreg, dacă vor avea capacitatea să gândească și să exprime (oral sau scris) de tipul $3/4$ din 12 = $12 : 4 \times 3$.



Test de autoevaluare

1. Precizează etapele învățării noțiunii de fracție, la clasa a IV-a.
2. Prezintă, folosind cuvinte proprii, un demers didactic vizând compararea unei fracții cu întregul.
3. Enumeră modalități de obținere a unei fracții, la clasa a IV-a.
4. Prezintă, folosind cuvinte proprii, un demers didactic vizând compararea fracțiilor cu același numărător.
5. Descrie, pe scurt, un demers didactic ce vizează aflarea unei fracții dintr-un întreg.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.



6.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 6.2. (Formarea noțiunii de fracție).
2. Revedi 6.3.(Compararea unei fracții cu întregul), esențializează și reformulează.
3. Revedi 6.4. (Frații egale).
4. Revedi 6.5.(Compararea a două fracții), selectează și reformulează.
5. Revedi 6.7. (Aflarea unei fracții dintr-un întreg), esențializează și reformulează.

6.9. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
- 2) Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
- 3) **** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
- 4) **** SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
- 5) **** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 7

Metodologia rezolvării problemelor

Cuprins

7.1. Obiectivele unității de învățare	65
7.2. Conceptul de problemă	65
7.3. Rezolvarea problemelor simple	66
7.4. Rezolvarea problemelor compuse	70
7.5. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	75
7.6. Lucrare de verificare 3	75
7.7. Bibliografie	75

7.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia rezolvării problemelor de matematică în clasele IV;
- să exerseze un comportament explorator/investigator prin rezolvarea de probleme;
- să conștientizeze valențele formative ale activităților de rezolvare și compunere de probleme.

7.2. Conceptul de problemă

sens larg

*sens
restrâns*

*problemă/
exercițiu*

Noțiunea de problemă, în sens larg, se referă la orice dificultate de natură practică sau teoretică ce necesită o soluționare. În sens restrâns, problema din matematică vizează o situație problematică a cărei rezolvare se obține prin procese de gândire și calcul. Ea presupune o anumită situație, ce se cere lămurită în condițiile ipotezei (valori numerice date și relații între ele) enunțată în text, în vederea concluzionării, prin raționament și printr-un șir de operații, a căror efectuare conduce la rezolvarea problemei. Problema implică în rezolvarea ei o activitate de descoperire, deoarece exclude preexistența, la nivelul rezolvitorului, a unui algoritm de rezolvare, care ar transforma-o într-un exercițiu. Un exercițiu oferă elevului datele (numerele cu care se operează și precizarea operațiilor respective), sarcina lui constând în efectuarea calculelor după tehnici și metode cunoscute.

Distincția dintre o problemă și un exercițiu se face, în general, în funcție de prezența sau absența textului prin care se oferă date și corelații între ele și se cere, pe baza acestora, găsirea unei necunoscute. Dar din punct de vedere metodic, această distincție nu trebuie făcută după forma exterioară a solicitării, ci după natura rezolvării. Clasificarea unor enunțuri matematice în exerciții sau probleme nu se poate face în mod tranșant, fără a ține seama și de experiența de care dispune și pe care o poate utiliza cel care rezolvă. Un enunț poate fi o problemă pentru un elev din clasa I, un exercițiu pentru cel din clasa a V-a sau doar ceva perfect cunoscut pentru

*problemă
simplă/
compusă*

cel din liceu.

O primă clasificare a problemelor conduce la două categorii: probleme simple (cele rezolvabile printr-o singură operație) și probleme compuse (cele rezolvabile prin cel puțin două operații).

7.3. Rezolvarea problemelor simple

Specific clasei I este primul tip de probleme, a căror rezolvare conduce la o adunare sau scădere în concentrele numerice învățate.

Rezolvarea acestora reprezintă, în esență, soluționarea unor situații problematice reale, pe care elevii le întâlnesc sau le pot întâlni în viață, în realitatea înconjurătoare. Pe plan psihologic, rezolvarea unei probleme simple reprezintă un proces de analiză și sinteză în cea mai simplă formă. Problema trebuie să cuprindă date (valori numerice și relații între ele) și întrebarea problemei (ce se cere a fi aflat). La cea mai simplă analiză a întrebării problemei se ajunge la date și la cea mai simplă sinteză a datelor se ajunge la întrebarea problemei. A rezolva în mod conștient o problemă simplă înseamnă a cunoaște bine punctul de plecare (datele problemei) și punctul la care trebuie să se ajungă (întrebarea problemei), înseamnă a stabili între acestea un drum rațional, o relație corectă, adică a alege operația corespunzătoare, impusă de rezolvarea problemei.

*introducerea
problemelor
simple la
clasa I*

Predarea oricărui nou conținut matematic trebuie să se facă, de regulă, pornind de la o situație- problemă ce îl presupune. Și din acest motiv, abordarea problemelor în clasa I trebuie să înceapă suficient de devreme și să fie suficient de frecventă pentru a sublinia (implicit, dar uneori și explicit) ideea că matematica este impusă de realitatea înconjurătoare, pe care o reflectă și pe care o poate soluționa cantitativ.

În momentul în care elevii cunosc numerele naturale dintr-un anumit centru și operațiile de adunare/ scădere cu acestea, introducerea problemelor oferă elevilor posibilitatea aplicării necesare și plauzibile a tehnicilor de calcul, capacitatea de a recunoaște și discrimina situațiile care implică o operație sau alta, precum și exersarea unei activități specific umane: gândirea.

Elevii din clasa I întâmpină dificultăți în rezolvarea problemelor simple, din pricina neînțelegerii relațiilor dintre date (valori numerice), text și întrebare. Valorile numerice sunt greu legate de conținut și de sarcina propusă în problemă și pentru că numerele exercită asupra școlarii mici o anumită fascinație, care îi face să ignore conținutul problemei.

Un alt grup de dificultăți apare din pricina limbajului matematic, pe care școlarii mici nu îl înțeleg și, în consecință, nu pot rezolva o anumită problemă. De aceea, una dintre sarcinile importante ale învățătorului este aceea de a învăța pe elevi să "traducă" textul unei probleme în limbajul operațiilor aritmetice.

Să vedem ce se poate face pentru depășirea acestor dificultăți, astfel încât școlarii mici să poată rezolva corect și cu ușurință problemele simple.

Având în vedere caracterul intuitiv-concret al gândirii micului școlar, primele probleme ce se rezolvă cu clasa vor fi prezentate într-o formă cât mai concretă, prin "punere în scenă", prin ilustrarea cu ajutorul materialului didactic și cu alte mijloace intuitive.

Conștientizarea elementelor componente ale problemei, ca și noțiunile de "problemă", "rezolvarea problemei", "răspunsul la întrebarea problemei" le

capătă elevii cu ocazia rezolvării problemelor simple, când se prezintă în fața lor probleme “vii”, probleme-acțiune, fragmente autentice de viață. Școlarii mici trebuie mai întâi să trăiască problema, ca să învețe să o rezolve.

Prezentăm în continuare o modalitate posibilă la clasa I, după introducerea operației de adunare în centrul 0-10.

Învățătoarea dă unei fetițe (să-i spunem Mihaela) 5 flori și unui băiețel (să-i spunem Mihai) 3 flori. Ea cere fetiței să pună florile în vaza de pe catedră. Apoi dialoghează cu clasa.

- “Ce a făcut Mihaela?” (A pus 5 flori în vaza de pe catedră.)
- Acum, învățătoarea cere băiețelului să pună florile sale în vază.
- “Ce a făcut Mihai?” (A pus și el cele 3 flori ale sale în vază.)
- “Câte flori a pus Mihaela și câte flori a pus Mihai în vaza de pe catedră?” (Mihaela a pus 5 flori și Mihai a pus 3 flori.)
- “Câte flori sunt acum în vază?” (Elevii răspund cu ușurință, deoarece văd cele 8 flori în vază.)
- “Cum ați aflat?” (Lângă cele 5 flori pe care le-a pus Mihaela, a mai pus și Mihai 3 flori și s-au făcut 8 flori. Deci 5 flori și încă 3 flori fac 8 flori, adică aflarea numărului total de flori s-a realizat prin adunare: $5+3=8$.)

Un elev expune acțiunea făcută de colegii săi și formulează întrebarea problemei: Mihaela a pus în vază 5 flori, iar Mihai a pus 3 flori. Câte flori sunt în total, în vază?

*etape în
rezolvare*

Cu acest prilej, învățătoarea îi familiarizează pe elevi cu noțiunile de “problemă” și “rezolvarea a problemei”, diferențiind și părțile componente ale problemei. Nu este inutil ca, în această etapă, să se strecoare elevilor ideea verificării rezultatului (aici, vizual, prin numărare), ca o întărire imediată a corectitudinii soluției.

Dacă în problema anterioară rezultatul era vizibil (la propriu!), nu același lucru se întâmplă în etapa următoare.

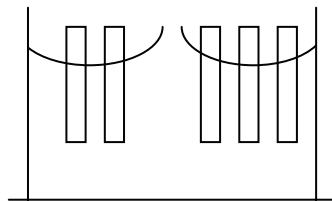
- “Fiți atenți la Mihaela și veți spune ce a făcut ea!” (La indicația învățătoarei, Mihaela arată 4 caiete pe care le pune într-un ghiozdan gol, aflat pe catedră.)
- “Ce a făcut Mihaela?” (A pus 4 caiete în ghiozdan.)
- “Observați ce face ea acum !” (Mihaela mai pune încă două caiete în ghiozdan.)
- “Ce a făcut acum Mihaela?” (A mai pus două caiete în ghiozdan.)
- “Spuneți tot ce ați văzut că a făcut Mihaela de la început!” (A pus în ghiozdan 4 caiete și încă două caiete.)
- “Dar vedeți voi câte caiete sunt acum în ghiozdan?” (Nu.)
- “Atunci, ce nu știm noi sau ce trebuie să aflăm?” (Câte caiete sunt acum în ghiozdan.)
- “Să spunem acum problema!” (Mihaela a pus în ghiozdan mai tâi 4 caiete și apoi încă două caiete. Câte caiete a pus Mihaela, în total, în ghiozdan?)
- “Această problemă este formată din două părți: o parte ne arată ce cunoaștem sau ce știm în problemă. Spuneți ce știm noi în această problemă!” (Că Mihaela a pus în ghiozdan mai întâi 4 caiete și apoi încă două caiete.)
- O altă parte a problemei ne arată ce nu cunoaștem, adică ce trebuie să aflăm. Aceasta se numește întrebarea problemei. Ce nu cunoaștem noi în această problemă?” (Nu cunoaștem câte

- caiete a pus Mihaela, în total.)
- Deci, care este întrebarea problemei?” (Câte caiete a pus Mihaela, în total, în ghiozdan?)
- Să rezolvăm acum problema! Cum vom gândi?” (La 4 caiete pe care le-a pus întâi, am adăugat cele două pe care le-a pus apoi și s-au făcut 6 caiete, pentru că $4+2=6$.)
- “Ce am aflat?” (Că Mihaela a pus în total 6 caiete în ghiozdan.)
- “Acesta este răspunsul la întrebarea problemei.”
- “Să vedem acum dacă am rezolvat corect problema! Mihaela, ia ghiozdanul de pe catedră, scoate caietele și numără-le, să vadă toți copiii!” (Aceștia se conving de corectitudinea rezolvării problemei.)

tipuri de probleme simple

Să mai ilustrăm printr-un exemplu, etapele pe care le parcurge un elev ce rezolvă o problemă simplă.

1. Copilul pune împreună, în aceeași cutie, două cantități (două creioane și 3 creioane).
2. “Traducerea” orală: “Am avut două creioane într-o mână, 3 în cealaltă și le-am pus pe toate în aceeași cutie; deci, în această cutie sunt 5 creioane.” De altfel, aici putem distinge două etape: copilul vorbește în timp ce execută acțiunea, apoi vorbește fără să mai execute acțiunea.
3. “Traducerea” în desen:



Întâlnim aici o dificultate de ordin psihologic: condensarea într-un singur desen a uneia sau mai multor acțiuni care au o anumită durată. Efortul de depășire a acestei dificultăți obligă copilul să nu deseneze decât lucrurile importante și îl obișnuiește treptat să nu mai ia în considerație amănunțele, ci să rețină ceea ce este esențial.

4. “Traducerea” cu introducerea simbolismului elementar:

$$|| + ||| = |||||$$

prezentarea problemelor la clasa I

Aici începe introducerea primelor convenții, care nu sunt altceva decât un rezumat al experienței. Este important să se explice elevilor că semnul +, în acest caz, nu face decât să rezume o acțiune (am pus împreună, în aceeași cutie) sau să transpună o acțiune.

5. În decursul etapei precedente poate să apară o altă “traducere”: 2 creioane + 3 creioane = 5 creioane, într-un prim stadiu și $2 + 3 = 5$, în stadiul al doilea.

Evident că aspectele enumerate nu corespund unor etape rigide; ele doar indică linia generală de evoluție.

6. Am putea să continuăm astfel și să spunem că “traducerea” $a + b = c$ se înscrie în această evoluție, care pleacă de la concret și care se purifică tot mai mult de-a lungul diferitelor etape.

Pe aceeași linie, a învățării “traducerilor”, învățătorul trebuie să-i conducă pe elevi spre recunoașterea în probleme a principalelor categorii de situații care conduc la o anumită operație aritmetică. De exemplu:

- a) probleme care se rezolvă prin adunare:
 - suma obiectelor analoge (3 bile + 4 bile = 7 bile);
 - reuniunea unor obiecte care trebuie să fie regrupate într-o categorie generală (3 mere + 4 pere = 7 fructe, 3 găini + 4 rațe = 7 păsări);
 - suma valorilor negative (s-au spart 3 baloane și încă 4 baloane, am pierdut 3 nasturi și încă 4 nasturi).
- b) probleme care se rezolvă prin scădere
 - se caută un rest (Am avut 8 bomboane; din ele am mâncat 2. Câte au mai rămas?);
 - se caută ceea ce lipsește unei mărimi pentru a fi egală cu alta (Am două caiete în ghiozdan și trebuie să am 5 caiete. Câte caiete îmi lipsesc?);
 - se compară două mărimi (Raluca are 3 timbre și Mihaela 8 timbre. Cu câte timbre are mai mult Mihaela decât Raluca?).

Condiție necesară pentru rezolvarea unei probleme simple, cunoașterea elementelor sale de structură nu trebuie să realizeze numai cu prilejul rezolvării primelor probleme, ci este necesară o permanentă consolidare. Pentru aceasta, se pot folosi diferite procedee:

- prezentarea unor “probleme” cu date incomplete, pe care elevii le completează și apoi le rezolvă. De exemplu: Raluca a avut 9 nasturi și a pierdut câțiva dintre ei. Câți nasturi i-au rămas?
- prezentarea datelor “problemei”, la care elevii pun întrebarea. De exemplu: Un copil avea 5 creioane. El a dat 2 creioane fratelui său.
- Prezentarea întrebării, la care elevii completează datele. De exemplu: Câte cărți au rămas?

În manualul clasei I, introducerea problemelor se face relativ devreme, din motivele menționate anterior. Prezentarea acestora se face gradat, trecând prin etapele:

- probleme după imagini;
- probleme cu imagini și text;
- probleme cu text.

Introducerea problemelor cu text este condiționată și se învățarea de către elevi a citirii/scrierii literelor și cuvintelor componente.

Manualul sugerează și modalitatea de redactare a rezolvării unei probleme, urmând ca, în absența unui text scris, învățătorul să-i obișnuiască pe elevi să scrie doar datele și întrebarea problemei. După rezolvarea problemei, menționarea explicită a răspunsului îi determină pe elevi să conștientizeze finalizarea acțiunii, fapt ce va deveni vizibil și în caietele lor, unde acest răspuns va separa problema separată de alte sarcini ulterioare de lucru (exerciții sau probleme).

7.4. Rezolvarea problemelor compuse

Rezolvarea unei probleme compuse nu este reductibilă doar la rezolvarea succesivă a unor probleme simple. Dificultatea unor astfel de rezolvări este dată de necesitatea descoperirii legăturilor dintre date și necunoscute, de construirea raționamentului corespunzător.

introducerea
unei
probleme
compuse

De aceea, primul pas în realizarea demersului didactic îl constituie rezolvarea unor probleme compuse, alcătuite din succesiunea a două probleme simple, unde cea de a doua problemă are ca una dintre date, răspunsul de la prima problemă.

De exemplu, se prezintă și se rezolvă, pe rând, următoarele două probleme simple:

1. Pe o ramură a unui pom erau 5 vrăbii, iar pe alta, 3 vrăbii. Câte vrăbii erau în pom?
2. Două dintre vrăbiile din acel pom au zburat. Câte vrăbii au rămas în pom?

Se reformulează apoi, construind din cele două o singură problemă:

Pe o ramură a unui pom erau 5 vrăbii, iar pe alta, 3 vrăbii. Două dintre vrăbiile din acel pom au zburat. Câte vrăbii au rămas în pom?

În urma unor astfel de activități, elevii sesizează pașii raționamentului și învață să redacteze rezolvarea problemei, pe baza elaborării unui plan și efectuării calculului corespunzător.

etape în
rezolvarea
unei
probleme
compuse

Pentru rezolvarea unei probleme compuse este necesară parcurgerea următoarelor etape:

- a) însușirea enunțului problemei;
- b) examinarea (judecata) problemei;
- c) alcătuirea planului de rezolvare;
- d) rezolvarea propriu-zisă;
- e) activități suplimentare după rezolvarea problemei.

activități

În fiecare etapă, activitățile ce se desfășoară sunt variate, unele obligatorii, altele doar dacă este cazul.

Astfel, pentru însușirea enunțului problemei, activitățile necesare sunt:

- *expunerea/citirea textului problemei*

pentru
însușirea
enunțului
problemei

Se poate realiza prin modalități diferite, după cum textul problemei poate fi vizualizat de elevi în manual, pe tablă, pe o planșă, într-un auxiliar didactic, iar citirea acestuia poate fi făcută de către învățător, de către unul sau mai mulți elevi, de către fiecare elev (fără voce). Este o activitate necesară și obligatorie în această etapă.

- *explicarea cuvintelor/expresiilor necunoscute*

Reprezintă o activitate necesară doar dacă textul problemei conține cuvinte necunoscute elevilor. Învățătorul are avantajul cunoașterii, de la limba română, a cuvintelor ce intră în vocabularul activ al elevilor săi și este în măsură să decidă când este cazul să se oprească asupra explicării unor cuvinte din text. Neînțelegerea de către elevi a unor cuvinte conduce la incapacitatea acestora de a-și imagina contextul descris în problemă și, în consecință, la imposibilitatea elaborării unor raționamente.

pentru
examinarea
problemei

- *discuții privitoare la conținutul problemei*

Sunt necesare doar în cazul în care nu toți elevii reușesc să conștientizeze și să-și reprezinte contextul descris în problemă.

- *concretizarea enunțului problemei prin diferite mijloace intuitive*

Dacă activitatea precedentă nu a condus la înțelegerea textului, pot fi

utilizate diverse mijloace materiale, care să illustreze textul, făcându-l accesibil oricărui elev.

- *scrierea datelor problemei*

Este o activitate necesară, obligatorie, pentru că reprezintă un pas spre esențializarea textului și păstrarea doar a informațiilor cantitative și a întrebării problemei. Se poate realiza prin scrierea datelor pe orizontală („cu puncte, puncte”) sau pe verticală (ca la geometrie, cu „se dă”, „se cere”). Alegerea unuia sau altuia dintre procedee se face în funcție de particularitățile clasei, complexitatea problemei, intențiile, dar și personalitatea fiecărui învățător.

pentru
alcătuirea
planului
de
rezolvare

- *schematizarea problemei*

Se poate realiza atunci când elevii întâlnesc un nou tip de problemă, pentru a facilita vizualizarea legăturilor dintre datele problemei sau după ce elevii au rezolvat o clasă de probleme de un același tip, în vederea reținerii schemei generale de rezolvare.

- *repetarea problemei de către elevi*

Este o activitate necesară, obligatorie care oferă învățătorului feed-back-ul privind însușirea de către elevi a enunțului problemei, iar elevilor întăririle imediate pentru a putea accede la următoarele etape ale rezolvării. Numărul elevilor care repetă enunțul problemei este variabil (nu unul singur, dar nici fiecare elev din clasă) și se stabilește de fiecare învățător, în funcție de complexitatea problemei și de particularitățile clasei. Repetarea se poate realiza urmărind datele deja scrise pe tablă (și în caietele elevilor), în ordinea apariției acestora în enunț sau enunțând, la întâmplare, câte una dintre date și cerând elevilor să spună ce reprezintă ea. Nu trebuie neglijată repetarea întrebării problemei, ce va sta la baza următoarei etape de rezolvare.

rezolvarea
propriu-zisă

Examinarea (judecata) problemei se poate realiza pe cale sintetică sau pe cale analitică. Ambele metode constau în descompunerea problemei date în probleme simple, care prin rezolvarea lor succesivă duc la găsirea răspunsului problemei. Deosebirea între ele constă în punctul de plecare al examinării: prin metoda sintetică se pornește de la datele problemei spre determinarea soluției, iar prin metoda analitică se pornește de la întrebarea problemei spre datele ei și stabilirea relațiilor pentru acestea.

activități
suplimentare

Cum mersul gândirii rezolvitorului nu este liniar în descoperirea soluției, întâmpinarea unei dificultăți sau un blocaj în rezolvare poate conduce la schimbarea căii de examinare. De aceea, cele două metode se pot folosi simultan sau poate predomina una dintre ele. La vârsta școlară mică, metoda sintetică de examinare a unei probleme este mai accesibilă, dar nu solicită prea mult gândirea elevilor, mai ales dacă ne mărginim să le prezentăm probleme în care datele se leagă între ele în ordinea apariției în enunț. În acest fel, există riscul depistării și rezolvării unor probleme simple care nu au legătură cu întrebarea problemei. Metoda analitică, mai dificilă, dar mai eficientă în dezvoltarea gândirii elevilor poate fi utilizată la clasele a III-a și a IV-a, ajutându-i pe elevi să vadă problema în totalitatea ei, să aibă mereu în centrul atenției întrebarea problemei.

Alcătuirea planului de rezolvare se face începând cu prima problemă simplă ce se obține din descompunerea problemei date și continuă cu celelalte probleme simple, ce au putut fi depistate prin examinarea sintetică. Întrebările acestor probleme simple constituie planul de rezolvare, ce poate fi redactat sub această formă interogativă sau poate fi prezentat prin exprimări concise, nunțiative. Prima modalitate este mai la îndemâna școlarului mic, dar sporirea în timp a experienței de rezolvitor îl va conduce spre a accepta,

ba chiar a prefera, cea de-a doua modalitate.

Rezolvarea propriu-zisă a problemei este separată de cealaltă etapă doar din rațiuni legate de timpul demersului implicat: dacă examinarea are la bază raționamente și implică o activitate de descoperire, rezolvarea este de natură calculatorie și implică o activitate executorie. Această etapă constă în alegerea operațiilor corespunzătoare „întrebărilor” problemei, justificarea alegerii și efectuarea calculelor. În mod obișnuit, se realizează în același timp cu stabilirea „întrebărilor”, prin alternarea acestora cu calculele corespunzătoare. Se realizează astfel o unitate între ceea ce a gândit elevul și ceea ce calculează.

Rezolvarea se încheie, cu menționarea răspunsului la întrebarea problemei.

Activitățile suplimentare, după rezolvarea problemei, reprezintă o etapă foarte bogată în valențe formative, ce trebuie să stea permanent în atenția învățătorului și a elevilor. Desigur, după rezolvarea unor probleme nu se pot realiza toate aceste activități posibile, dar și desfășurarea câtorva reprezintă mult pentru dezvoltarea intelectuală a copilului.

Fără pretenția prezentării unei liste exhaustive, printre aceste activități se află:

- *revederea planului de rezolvare*

Nu înseamnă o recitare mecanică a acestuia, ci sublinierea pașilor realizați în rezolvare. Mai mult, dacă examinarea problemei s-a realizat sintetic, acum poate fi activată calea analitică, marcând necesitatea realizării fiecărui pas din rezolvare.

Revederea planului de rezolvare contribuie la formarea și dezvoltarea capacităților de sistematizare, generalizare și abstractizare ale gândirii elevilor.

- *verificarea soluției*

Poate conține două componente, dintre care prima, grosieră, permite eliminarea soluțiilor neplauzibile (nu poate constitui un răspuns corect, soluția 3 muncitori și jumătate!), cu un ordin de mărime complet diferit de datele problemei (dacă acestea sunt mai mici decât 10, nu se poate obține o soluție de ordinul miilor). Spre deosebire de această modalitate de verificare a plauzibilității soluției, bazată pe raționament, cea de-a doua modalitate este calculatorie, constând în introducerea soluției în enunțul problemei și verificarea tuturor conexiunilor menționate în enunț.

Verificarea soluției conferă rezolvitorului siguranță, îi sporește încredea în forțele proprii și se constituie într-un instrument de autocontrol utilizabil nu numai la matematică, o adevărată deprindere de muncă intelectuală.

- *alte căi de rezolvare*

De multe ori, o problemă dată admite mai multe căi de rezolvare. După găsirea uneia dintre ele, se poate lansa solicitarea de a rezolva problema „astfel”. În momentul găsirii tuturor căilor de rezolvare, acestea pot fi analizate, alegând-o pe cea mai „frumoasă” (mai elegantă, mai neobișnuită sau măcar mai scurtă).

În felul acesta este activată capacitatea de explorare/investigare a elevilor, implicați într-o activitate de descoperire, care nu numai că îi motivează pentru învățarea matematicii, ci și contribuie la dezvoltarea gândirii divergente a acestora. Sunt depășite astfel nivelurile inferioare de cunoaștere, înțelegere, aplicare ajungându-se în zonele analizei, sintezei și evaluării.

- *scrierea expresiei numerice corespunzătoare rezolvării*

problemei

Reprezintă una dintre modalitățile uzuale de seriere condensată a rezolvării problemei, așa numitul „exercițiu al problemei”. Numai că scopul său nu este legat de calcul, ci de a evidenția, într-o manieră sintetică, întreaga rezolvare a problemei. Deci, după scrierea acestei expresii numerice, nu se cere efectuarea acesteia, ci se analizează fiecare operație componentă, identificând întrebarea problemei ce a condus la aceasta (de exemplu, un produs de doi factori poate reprezenta un cost al unui produs, unul din factori reprezentând cantitatea, iar celălalt prețul unitar). Scrierea expresiei numerice reprezintă un pas spre descoperirea claselor de probleme, pregătește introducerea algebrei și le poate fi de folos elevilor în activitatea de compunere a problemelor.

În acest fel, sunt antrenate operații ale gândirii ca abstractizarea și generalizarea, contribuind la cultivarea calităților acesteia.

- *rezolvarea unor probleme de același tip*

Se poate realiza schimbând valorile numerice ale datelor, schimbând mărimile ce intervin în problemă sau schimbând și valorile și mărimile. Realizarea acestei activități dă consistență claselor de probleme introduse de învățător și îi apropie pe elevi de activitatea de compunere a problemelor.

- *complicarea problemei*

Nu înseamnă a face ca problema dată să devină mai complicată, ci a găsi și alte întrebări posibile pentru aceasta, particularizări ale soluției sau extinderi, eventual prin introducerea de date noi.

Poate contribui la dezvoltarea gândirii divergente a elevilor, precum și la cultivarea inventivității și creativității acestora.

- *generalizări*

Un prim pas spre generalizare s-a realizat chiar prin scrierea expresiei numerice corespunzătoare rezolvării. Următorul pas îl constituie expresia literală, ce stabilește tipul de problemă și îi pregătește pe elevi pentru învățarea algebrei. Pentru copiii ce reușesc să ajungă în această zonă, acest tip de activitate contribuie la sporirea capacității de abstractizare.

- *compuneri de probleme de același tip*

Este categoria de activități ce cultivă la elevi imaginația creatoare, ce îi transformă din rezolvitori în autori de probleme. Deși imaginația lor nu trebuie îngrădită, învățătorul trebuie să-i atenționeze asupra plauzibilității problemei alcătuite, care trebuie să fie concordantă cu realitatea înconjurătoare.



Test de autoevaluare

1. Compune cel puțin două probleme simple de înmulțire, ilustrând situații diferite.
2. Completează lista de mai jos cu celelalte etape din rezolvarea unei probleme compuse:
 - examinarea (judecata) problemei;
 - rezolvarea propriu-zisă.
3. Alege una dintre etapele rezolvării unei probleme compuse și precizează activitățile ce se desfășoară în această etapă.
4. Prezintă un demers didactic complet vizând rezolvarea la clasă a problemei:

În excursie, copiii au găsit castane. Daniel, Elena și Florin au strâns împreună 84 de castane. Daniel și Florin au strâns împreună 44 castane, iar Elena de două ori mai multe decât Florin. Câte castane a strâns fiecare copil ?

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.

7.5. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi 7.3. (Rezolvarea problemelor simple).
 2. Revezi 7.4.(Rezolvarea problemelor compuse), compară și apoi completează lista.
 3. Revezi 7.5.
 4. Revezi 7.5.
- R: 24, 40, 20 castane.

7.6. Lucrare de verificare 3

1. Compune cel puțin două probleme simple de împărțire, ilustrând situații diferite.
2. Prezintă un demers didactic complet, vizând rezolvarea la clasă a problemei:
La un magazin de jucării s-au adus 901 baloane roșii, galbene și verzi. După ce s-a vândut același număr de baloane din fiecare culoare, au rămas 87 baloane roșii, 314 baloane galbene și 125 baloane verzi. Câte baloane de fiecare culoare au adus la magazin?

După rezolvare, lucrarea de verificare trebuie transmisă tutorelui, într-o modalitate pe care o veți stabili împreună (e-mail, probă scrisă etc.).

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu: 10 puncte
Subiectul 1: 30 puncte
Subiectul 2: 60 puncte

7.7. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, EDP, 1988;
- 2) Roșu M., *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
- 3) Roșu M., *111 probleme rezolvate pentru clasele III-IV*, Editura METEOR PRESS, 2002;
- 4) **** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
- 5) **** SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
- 6) **** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 8

Jocul didactic matematic

Cuprins

8.1. Obiectivele unității de învățare.....	76
8.2. Conceptul de joc.....	76
8.3. Jocul didactic.....	77
8.4. Jocul didactic matematic.....	78
8.4.1. Caracteristici.....	78
8.4.2. Necesitate.....	79
8.4.3. Rol formativ.....	79
8.4.4. Locul și rolul în lecția de matematică.....	79
8.4.5. Organizare.....	80
8.4.6. Desfășurare.....	80
8.4.7. Tipuri de jocuri didactice matematice.....	81
8.5. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	82
8.6. Bibliografie.....	82

8.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia organizării și desfășurării jocului didactic matematic;
- să discrimineze locul și rolul jocului didactic în lecția de matematică;
- să conștientizeze avantajele oferite de jocul didactic matematic în clasele I-IV.

8.2. Conceptul de joc

“Iubirea și înțelepciunea mea e jocul”

În viața de fiecare zi a copilului, jocul ocupă un rol esențial. Jucându-se, copilul își satisface nevoia de activitate, de a acționa cu obiecte reale sau imaginare, de a se transpune în diferite roluri și situații care îl apropie de realitatea înconjurătoare.

Copilul se dezvoltă prin joc, își potențează funcțiile latente, punând în acțiune posibilitățile care decurg din structura sa particulară, pe care le traduce în fapte, le asimilează și le complică.

Jocurile colective reprezintă rațiunea existenței unui grup de copii, forța de coeziune care îi ține laolaltă. Jocul îi apropie pe copii, generează și stabilizează sentimente de prietenie, stimulează colaborarea, scoțându-i din

caracteristicile unui joc

izolare.

Jocul are următoarele trăsături caracteristice:

- este una dintre variatele activități ale oamenilor, determinată de celelalte activități și care, la rândul său, le determină pe acestea; învățarea, munca, creația nu s-ar putea realiza în afara jocului, după cum acesta este purtătorul principalelor elemente psihologice de esență neludică ale oricărei ocupații specific umane;
- este o activitate conștientă: cel care îl practică, îl conștientizează ca atare și nu-l confundă cu nici una din celelalte activități umane;
- jocul introduce pe acela care-l practică în specificitatea lumii imaginare pe care și-o creează jucătorul respectiv;
- scopul jocului este acțiunea însăși, capabilă să-i satisfacă jucătorului dorințele sau aspirațiile proprii;
- prin atingerea unui asemenea scop, se restabilește echilibrul vieții psihice și se stimulează funcționalitatea de ansamblu a acesteia;
- jocul este o acțiune specifică, încărcată de sensuri și tensiuni, întotdeauna desfășurată după reguli acceptate de bunăvoie și în afara sferei utilității sau necesității materiale, însoțită de sentimente de înălțare și încordare, de voieșie și destindere.

tipuri de jocuri

Există cel puțin 3 tipuri principale de joc:

- jocul explorator – manipulativ (desfășurat cu obiecte concrete);
- jocul reprezentativ (se adaugă imaginația);
- jocul de căutare a unor regularități (structurat de reguli).

8.3. Jocul didactic

definiții

1. Specie de joc care îmbină armonios elementul instructiv și educativ cu elementul distractiv;
2. Tip de joc prin care educatorul consolidează, precizează și verifică cunoștințele predate copiilor, le îmbogățește sfera de cunoștințe. Conținutul, sarcina didactică, regulile și acțiunile de joc (ghicire, surpriză, mișcare, etc.) conferă jocului didactic un caracter specific, înlesnind rezolvarea problemelor puse copiilor.

Jocul didactic reprezintă un ansamblu de acțiuni și operații care, paralel cu destinderea, buna dispoziție și bucuria, urmărește obiective de pregătire intelectuală, tehnică, morală, estetică, fizică a copilului.

Între jocul didactic și procesul instructiv-educativ există o dublă legătură: pe de o parte, jocul sprijină procesul instructiv, îl adâncește și îl ameliorează, pe de altă parte, jocul este condiționat de procesul instructiv prin pregătirea anterioară a elevului în domeniul în care se plasează jocul

Jocul didactic poate desemna o activitate ludică propriu-zisă, fizică sau mentală, generatoare de plăcere, distracție, reconfortare, dar care are, în același timp, rolul de asimilare a realului în activitatea proprie a copilului.

În acest fel, jocul didactic se constituie într-una din principalele metode active, deosebit de eficientă în activitatea instructiv-educativă cu școlarii mici. Valoarea acestui mijloc de instruire și educare este subliniată și de faptul că poate reprezenta nu numai o metodă de învățământ, ci și un

procedeu care însoțește alte metode sau poate constitui o formă de organizare a activității elevilor.

În învățământul primar, jocul didactic se poate organiza la oricare dintre disciplinele școlare, în orice tip de lecție și în orice moment al lecției.

Diversitatea domeniilor, obiectivelor și conținuturilor pentru care se utilizează jocul didactic induce o posibilă clasificare a acestora:

*clasificări
ale jocului
didactic*

- a) după obiective și conținuturi
 - jocuri de dezvoltare a vorbirii
 - jocuri matematice
 - jocuri de cunoaștere a mediului
 - jocuri de mișcare
 - jocuri muzicale, etc.
- b) după materialul didactic folosit
 - jocuri cu materiale
 - jocuri fără materiale
- c) după momentul folosirii în lecție
 - joc didactic ca lecție de sine stătătoare
 - joc didactic ca un moment al lecției
 - joc didactic în completarea lecției.

8.4. Jocul didactic matematic

8.4.1. Caracteristici

Un exercițiu sau o problemă de matematică poate deveni joc didactic matematic dacă:

- urmărește un scop didactic;
- realizează o sarcină didactică;
- utilizează reguli de joc, cunoscute anticipat și respectate de elevi;
- folosește elemente de joc în vederea realizării sarcinii propuse;
- vehiculează un conținut matematic accesibil prezentat într-o formă atractivă.

Scopul didactic este dat de cerințele programei școlare pentru clasa respectivă, reflectate în finalitățile jocului.

Sarcina didactică se referă la ceea ce trebuie să facă în mod concret elevii în cursul jocului pentru a se realiza scopul propus. Sarcina didactică constituie elementul de bază, esența activității respective, antrenând operațiile gândirii, dar și imaginația copiilor. De regulă, un joc didactic vizează o singură sarcină didactică.

Regulile jocului concretizează sarcina didactică și realizează, în același timp, sudura între aceasta și acțiunea jocului. Regulile jocului activează întreg colectivul și pe fiecare elev în parte, antrenându-i în rezolvarea sarcinii didactice și realizând echilibrul dintre acesta și elementele de joc.

Elementele de joc pot fi: întrecerea (individuală sau pe echipe), cooperarea între participanți, recompensarea rezultatelor bune, penalizarea greșelilor, surpriza, așteptarea, aplauzele, cuvântul stimulator ș.a.

Conținutul matematic al jocului didactic trebuie să fie accesibil, recreativ și atractiv prin forma în care se desfășoară, ca și prin mijloacele de

*scopul
didactic*

*sarcina
didactică*

<i>elemente de joc</i>

învățământ utilizate. În jocurile cu material didactic, aceasta trebuie să fie variat, atractiv, adecvat conținutului. Se pot folosi: planșe, folii, fișe individuale, cartonașe, jetoane, piese geometrice ș.a.

8.4.2. Necesitate

Necesitatea utilizării jocului didactic matematic este dată de:

- continuitatea grădiniță – școală;
- tipul de activitate dominantă (jocul – învățarea);
- particularitățile psiho – fiziologice ale școlărilor mici.

Toate acestea impun ca, la vârsta școlară mică, lecția de matematică să fie completată, intercalată sau chiar înlocuită cu jocuri didactice matematice.

8.4.3. Rol formativ

Utilizarea jocului didactic matematic la clasele mici realizează importante sarcini formative ale procesului de învățământ. Astfel:

- antrenează operațiile gândirii și cultivă calitățile acesteia;
- dezvoltă spiritul de inițiativă și independența în muncă, precum și spiritul de echipă;
- formarea spiritului imaginativ – creator și de observație;
- dezvoltă atenția, disciplina și spiritul de ordine în desfășurarea unei activități;
- formează deprinderi de lucru rapid și corect;
- asigură însușirea mai plăcută, mai accesibilă, mai temeinică și mai rapidă a unor cunoștințe relativ aride pentru această vârstă.

8.4.4. Locul și rolul în lecția de matematică

<i>loc</i>

După locul (momentul) în care se folosesc în cadrul lecției, există jocuri didactice matematice.

- ca lecție de sine stătătoare, completă;
- folosite la începutul lecției (pentru captarea atenției și motivarea elevilor);
- intercalate pe parcursul lecției (când elevii dau semne de oboseală);
- plasate în finalul lecției.

În ceea ce privește rolul jocului didactic matematic în învățarea școlară, acesta poate contribui la:

- facilitarea înțelegerii unei noțiuni noi (în lecția de dobândire de cunoștințe);
- fixarea și consolidarea unor cunoștințe, priceperi și deprinderi (în lecția de formare a priceperilor și deprinderilor intelectuale);
- sistematizarea unei unități didactice parcurse (în lecția de recapitulare și sistematizare);
- verificarea cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor (în lecția de evaluare).

8.4.5. Organizare

*înainte
de joc*

Organizarea unui joc didactic matematic presupune:

- pregătirea învățătorului (studierea conținutului și a structurii jocului; pregătirea materialului didactic);
- organizarea corespunzătoare a elevilor clasei;
- valorificarea mobilierului (eventual reorganizare);
- distribuirea materialului didactic.

*în
timpul
jocului*

În timpul jocului, învățătorul trebuie să aibă în vedere:

- respectarea momentelor (etapelor) jocului;
- ritmul și strategia conducerii jocului;
- stimularea elevilor în perspectiva participării active la joc;
- asigurarea unei atmosfere prielnice de joc;
- varietatea elementelor de joc (complicarea jocului, introducerea altor variante etc.)

8.4.6. Desfășurare

*etape în
desfășurare*

Desfășurarea jocului didactic cuprinde următoarele momente (etape):

- introducerea în joc (discuții pregătitoare);
- anunțarea titlului jocului și a scopului acestuia (sarcina didactică);
- prezentarea materialului;
- explicarea și demonstrarea regulilor jocului;
- fixarea regulilor;
- executarea jocului de către elevi;
- complicarea jocului/introducerea unor noi variante;
- încheierea jocului (evaluarea conduitei de grup sau/și individuale).

conducere

Există două moduri de a conduce jocul elevilor:

- conducerea directă (învățătorul având rolul de conducător al jocului);
- conducerea indirectă (învățătorul ia parte activă la joc, fără să interpreteze rolul de conducător).

*sarcinile
conducăto-
rului de joc*

În oricare situație, învățătorul trebuie:

- să imprime un anumit ritm al jocului;
- să mențină atmosfera de joc;
- să urmărească desfășurarea jocului, evitând momentele de monotonie, de stagnare;
- să controleze modul în care se realizează sarcina didactică;
- să creeze cerințele necesare pentru ca fiecare elev să rezolve sarcina didactică în mod independent sau în cooperare;
- să urmărească comportarea elevilor, relațiile dintre ei;
- să urmărească respectarea regulilor jocului.

8.4.7. Tipuri de jocuri didactice matematice

clasificări

După momentul în care se folosesc în cadrul lecției, există:

- joc didactic matematic ca lecție de sine stătătoare, completă;
- jocuri didactice matematice folosite ca momente propriu-zise ale lecției;
- jocuri didactice matematice în completarea lecției, intercalate pe parcursul lecției sau în final.

După conținutul capitolelor de înțeles în cadrul matematicii sau în cadrul claselor, există:

- jocuri didactice matematice pentru aprofundarea însușirii cunoștințelor specifice unei unități didactice (lecție, grup de lecții, capitol);
- jocuri didactice matematice specifice unei vârste și clase.

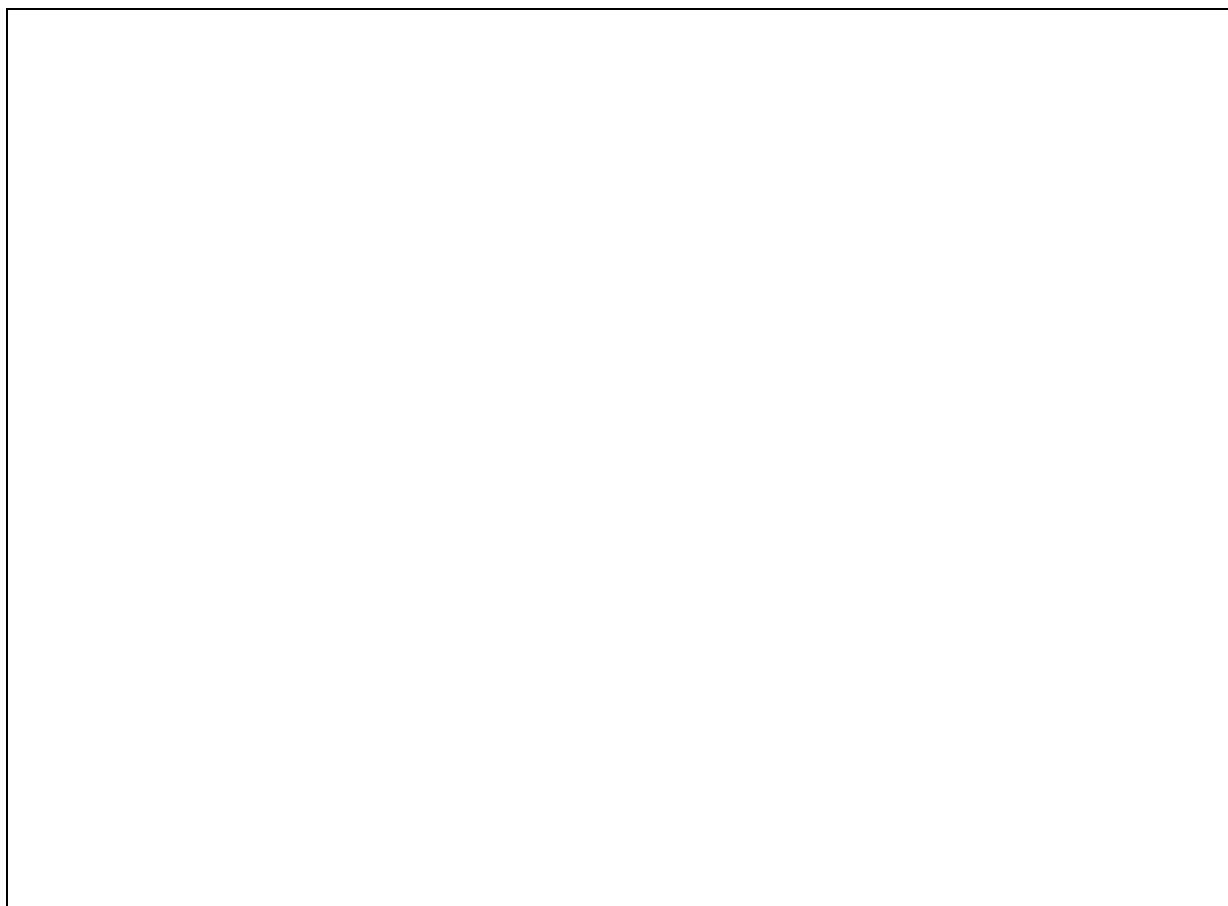
O categorie specială de jocuri didactice matematice este dată de jocurile logico – matematice, care urmăresc cultivarea unor calități ale gândirii și exersarea unei logici elementare.



Test de autoevaluare

1. Enumeră cel puțin 3 dintre caracteristicile unui joc.
2. Definește, folosind cuvinte proprii, jocul didactic.
3. Prezintă caracteristicile unui joc didactic matematic.
4. Enumeră cel puțin 3 aspecte formative induse de jocul didactic matematic.
5. Prezintă locul și rolul jocului didactic în lecția de matematică.
6. Găsește sau inventează un joc didactic matematic având ca scop consolidarea numerației într-un centru dat.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.



8.5. Răspunsuri și comentariile testului de autoevaluare

1. Revedi 8.2. (Conceptul de joc)
2. Revedi 8.3. (Jocul didactic)
3. Revedi 8.4.1. (Caracteristici)
4. Revedi 8.4.3. (Rol formativ)
5. Revedi 8.4.4. (Locul și rolul în lecția de matematică)
6. Revedi 8.4.5. (Organizare) și 8.4.6. (Desfășurare).

8.6. Bibliografie

- 1) Neacșu I. (coord.), Metodica predării matematicii la clasele I-IV, EDP, 1988;
- 2) Roșu M., Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori, Universitatea din București, Editura CREDIS. 2004;
- 3) **** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998 (obiective de referință și exemple de activități de învățare vizând numerația);
- 4) **** SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Pro Gnosis (matematică, numerația);
- 5) **** Manuale (în vigoare) de matematică pentru clasele I- IV, (capitolele vizând numerația).

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 9

Evaluarea randamentului școlar la matematică

Cuprins

9.1. Obiectivele unității de învățare	83
9.2. Evaluarea	83
9.2.1. Definiții	83
9.2.2. Evaluarea performanțelor școlare	84
9.2.3. Strategii de evaluare	84
9.2.4. Metode și tehnici de evaluare	85
9.3. Evaluarea randamentului școlar la matematică	86
9.3.1. Ce evaluăm ?	86
9.3.2. Cu ce evaluăm ?	86
9.3.3. Cum evaluăm ?	89
9.4. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	92
9.5. Bibliografie	92

9.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia evaluării la matematică;
- să discrimineze strategiile de evaluare;
- să conștientizeze importanța evaluării într-un demers didactic la matematică.

9.2. Evaluarea

9.2.1. Definiții

Conceptul de evaluare a primit mai multe definiții, unele complementare altora.

*prima
definiție*

Astfel, evaluarea este privită ca un proces de măsurare și apreciere a valorii rezultatelor sistemului de învățământ sau a unei părți a acestuia, a eficienței resurselor, condițiilor și strategiilor folosite, prin compararea rezultatelor cu obiectivele propuse, în vederea luării unor decizii de ameliorare.

*a doua
definiție*

Într-o altă definiție, evaluarea este considerată ca un proces de obținere a informațiilor asupra elevului, profesorului sau asupra programului educativ și de valorificare a acestor informații, în vederea elaborării unor aprecieri, ca bază pentru adoptarea unor decizii.

Evaluarea poate fi privită ca un proces complex de comparare a

a treia definiție

rezultatelor activității instructiv-educative cu obiectivele propuse (evaluarea calității), cu resursele utilizate (evaluarea eficienței) sau cu rezultatele anterioare (evaluarea progresului).

Rezultă că **evaluarea**:

- este un proces care se desfășoară în timp;
- nu se limitează la aprecierea și notarea elevilor;
- implică un șir de măsurări, comparații, aprecieri pe baza cărora se adoptă decizii optimizatoare.

9.2.2. Evaluarea performanțelor școlare

performanțe școlare

Performanțele școlare reprezintă rezultanta unor factori multipli, care țin de elevi, de profesor, de resursele materiale, de management. Aceste performanțe sunt determinate, cunoscute și ameliorate atunci când evaluarea devine parte integrantă a procesului de învățământ.

Evaluarea este o componentă esențială a activității didactice, constituindu-se în punctul final al unei succesiuni de evenimente: stabilirea obiectivelor, proiectarea și executarea programului de realizare a acestora, măsurarea rezultatelor aplicării programului.

Scopul evaluării este, în principal, acela de a preveni eșecul școlar, de a constata din vreme rămânerile în urmă la învățatură ale elevilor, depistând cauzele și stabilind măsurile necesare pentru a le elimina și pentru a determina progresul constant al celor care învață.

Evaluarea performanțelor elevilor se realizează în funcție de obiectivele propuse și este necesară pentru:

- cunoașterea stadiului inițial de la care se pornește în abordarea unei secvențe de instruire, în vederea organizării eficiente a noii activități de învățare;
- confirmarea realizării obiectivelor propuse pentru o anumită unitate didactică;
- stabilirea nivelului la care a ajuns fiecare elev în procesul formării capacităților implicate de obiective.

scopul evaluării

necesitate

9.2.3. Strategii de evaluare

Există 3 tipuri de evaluare: inițială (predictivă), continuă (formativă) și finală (sumativă), după cum se realizează la începutul, pe parcursul sau la sfârșitul unei unități de învățare.

inițială

Evaluarea inițială este diagnostică și indică planul de urmat în procesul de învățare. Ea arată profesorului dacă elevii au cunoștințele, priceperile și deprinderile anterioare necesare învățării care urmează. În funcție de nivelul acestora, profesorul realizează programe diferențiate, menite să aducă elevii la capacitățile necesare abordării unei noi unități de învățare.

continuuă

Evaluarea continuă (formativă) se realizează pe tot parcursul unității didactice și are un rol corector, care permite vizualizarea traiectoriei învățării și depistarea punctelor slabe, în vederea găsirii mijloacelor de a le depăși.

sumativă

Se realizează prin raportare la obiectivele operaționale propuse și vizează comportamentele observabile și măsurabile ale elevilor, în fiecare lecție.

Evaluarea sumativă se realizează la finalul programului de instruire, fiind o evaluare de bilanț a rezultatelor pe perioade mai lungi. Întrucât nu însoțește procesul didactic secvență cu secvență, nu permite ameliorarea acestuia decât după perioade îndelungate de timp.

9.2.4. Metode și tehnici de evaluare

Metodele tradiționale de evaluare folosite în practica școlară sunt date de:

tradiționale

- probele orale;
- probele scrise;
- probele practice;
- testul docimologic.

Alături de acestea există și metode alternative de evaluare, cum sunt:

alternative

- investigația;
- observarea sistematică;
- proiectul;
- portofoliul;
- autoevaluarea.

Unul dintre elementele esențiale ale modernizării procesului evaluativ este introducerea unor criterii unitare, a unor indicatori de performanță. Aceștia sunt necesari nu numai evaluarea propriu - zisă, dar și pentru monitorizarea la diferite nivele a demersului didactic.

Indicatorii de performanță reprezintă rezultatele observabile anticipate ale activităților desfășurate, definite ca niveluri acceptabile ale realizării obiectivelor proiectate. Nivelurile de performanță sunt: insuficient, suficient, bine, foarte bine.

indicatori de performanță

Indicatorii de performanță trebuie să aibă următoarele calități:

- vizibilitate (posibilitatea identificării și observării directe);
- adecvare (legătura cu obiectivul evaluat);
- măsurabilitate (să poată fi apreciată existența indicatorilor și nivelul de realizarea celor cantitativi);
- relevanță (să se refere la performanțele de fond și nu la cele conjuncturale).

calitățile probelor de evaluare

Pentru ca rezultatele evaluării să fie corecte, instrumentele de evaluare (probele) trebuie să se caracterizeze prin:

- validitate (calitatea de a măsoara ceea ce este destinat să măsoare);
- fidelitate (calitatea de a da rezultate constante în cursul aplicării succesive);
- obiectivitate (gradul de concordanță între aprecierile făcute de evaluatori);
- aplicabilitate (calitatea de a fi administrată și interpretată cu ușurință).

9.3. Evaluarea randamentului școlar la matematică

9.3.1. Ce evaluăm ?

Evaluarea la matematică urmărește realizarea obiectivelor specifice acestei discipline, subsumate obiectivelor-cadru ale programei școlare și exprimate în obiective de referință.

clasa I

De exemplu, la clasa I, în zona primului obiectiv-cadru (Cunoașterea și utilizarea conceptelor specifice matematicii), evaluarea ar trebui să urmărească dacă elevii sunt capabili:

- să scrie, să citească și să compare numerele naturale de la 0 la 100;
- să efectueze operații de adunare și scădere cu numere în centrul 0-30, fără trecere peste ordin;
- să recunoască forme plane și forme spațiale, să sorteze și să clasifice după formă, obiecte date;
- să măsoare și să compare lungimea, capacitatea sau masa unor obiecte folosind unități de măsură nestandard, aflate la îndemâna copiilor; să recunoască orele fixe pe ceas.

În zona celui de al doilea obiectiv-cadru (Dezvoltarea capacităților de explorare/investigare și rezolvare de probleme) pentru aceeași clasă, evaluarea trebuie să urmărească dacă elevii sunt capabili:

- să exploreze modalități de a descompune numere mai mici decât 20 în sumă sau diferență;
- să estimeze numărul de obiecte dintr-o mulțime și să verifice prin numărare estimarea făcută;
- să rezolve probleme care presupun o singură operație dintre cele învățate;
- să compună oral exerciții și probleme cu numere de la 0 la 20.

În zona celui de al treilea obiectiv-cadru (Formarea și dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic) pentru aceeași clasă, evaluarea trebuie să urmărească dacă elevii sunt capabili să verbalizeze în mod constant modalitățile de calcul folosite.

În zona ultimului obiectiv-cadru (Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate), evaluarea ar trebui să constate dacă elevii manifestă disponibilitate și plăcere în a utiliza numere.

9.3.2. Cu ce evaluăm ?

Informațiile se colectează prin intermediul unor tehnici și instrumente care oferă dovezi asupra aspectelor luate în considerare. Instrumentul în domeniul evaluării servește pentru a culege, a analiza și a interpreta informații despre felul cum au învățat și ce au învățat elevii. Cu cât instrumentele de măsurare la matematică (probe orale, scrise sau practice) sunt mai bine puse la punct, cu atât informațiile sunt mai concludente.

Instrumentul de evaluare este o probă, un chestionar, un test de evaluare care se compune din unul sau mai mulți itemi.

Din punct de vedere al obiectivității în notare, itemii se clasifică în:

- itemi obiectivi;
- itemi semiobiectivi;
- itemi subiectivi.

*itemi
obiectivi*

Itemii obiectivi (sau, cu răspuns la alegere) solicită elevul să aleagă varianta de răspuns corect din mai multe răspunsuri date. Corectarea, în acest caz, se realizează obiectiv.

Itemii obiectivi reprezintă componente ale probelor de progres, în special a celor standardizate, oferă obiectivitate ridicată în evaluarea rezultatelor învățării, iar punctajul se acordă sau nu, în funcție de indicarea de către elev a răspunsului corect.

Există 3 tipuri de itemi obiectivi:

- itemi cu alegere multiplă;
- itemi cu alegere duală;
- itemi de tip pereche.

Itemii cu alegere multiplă presupun existența unei premise (enunț) și a unei liste de alternative (soluții posibile). Elevul trebuie să aleagă răspunsul corect sau cea mai bună alternativă.

De exemplu:

- Alege răspunsul corect și taie-le pe cele incorecte:

$$5 + 14 = 64; 19; 91.$$

$$23 - 9 = 11; 32; 14.$$

- Încercuiește răspunsul corect:

Unitatea de măsură pentru lungime este: ora, metrul, kilogramul.

Unitatea de măsură pentru capacitatea vaselor este: kilogramul, paharul, litrul.

Itemii cu alegere duală solicită elevul să selecteze din două răspunsuri posibile: corect/ greșit, adevărat/ fals, da/ nu etc.

De exemplu:

- Verifică dacă este adevărat (A) sau fals (F) și scrie în dreptul exercițiului litera corespunzătoare:

$$5 + 14 = 19$$

$$23 - 9 = 11.$$

- Verifică dacă soluția este corectă (și atunci bifează răspunsul) sau greșită (și atunci taie răspunsul):

$$20 - a = 5$$

$$a = 20 + 5$$

$$a = 25.$$

Itemii de tip pereche solicită din partea elevului stabilirea unor corespondențe între elementele a două categorii de simboluri, dispuse pe două coloane. Elementele din prima coloană se numesc premise, iar cele din coloana a doua, răspunsuri. Criteriul pe baza căruia se stabilește răspunsul corect este enunțat în instrucțiunile care preced cele două coloane.

De exemplu:

- Alege răspunsul corect, unind printr-o săgeată operația cu rezultatul ei :

$$23 \times 2 = \qquad \qquad \qquad 64$$

$$32 \times 3 = \qquad \qquad \qquad 46$$

$$\begin{array}{r} 12 \times 3 = \\ 21 \times 2 = \end{array} \quad \begin{array}{r} 96 \\ 36 \\ 42. \end{array}$$

- Unește printr-o săgeată definiția cu denumirea corespunzătoare:
 Rezultatul înmulțirii se numește factor
 Unul din numerele care se înmulțesc se numește produs.

Itemii semi-obiectivi

Itemii semiobiectivi (cu răspuns construit scurt) formulează o problemă sub forma unei întrebări foarte exacte și solicită un răspuns scurt (un cuvânt sau o expresie). Răspunsul construit fiind atât de scurt, corectarea tinde către obiectivitate, căci diversitatea în răspunsuri tinde către zero.

Itemii semiobiectivi se concretizează în:

- itemi cu răspuns scurt;
- itemi de completare;
- întrebări structurate.

Itemii cu răspuns scurt solicită formularea răspunsului sub forma unui cuvânt, propoziție, număr. Cerința este de tip întrebare directă.

De exemplu:

- Răspunde pe scurt, în scris:
 Cum se numește unghiul format de două drepte perpendiculare?
 Cum se numesc dreptele care nu au nici un punct comun?

Itemii de completare solicită drept răspuns unul/câteva cuvinte, care se încadrează în spațiul dat. Cerința este prezentată ca o informație incompletă.

De exemplu:

- Completează propozițiile:
 Submultiplii metrului sunt
 Un litru este de ori mai mare decât un centilitru.

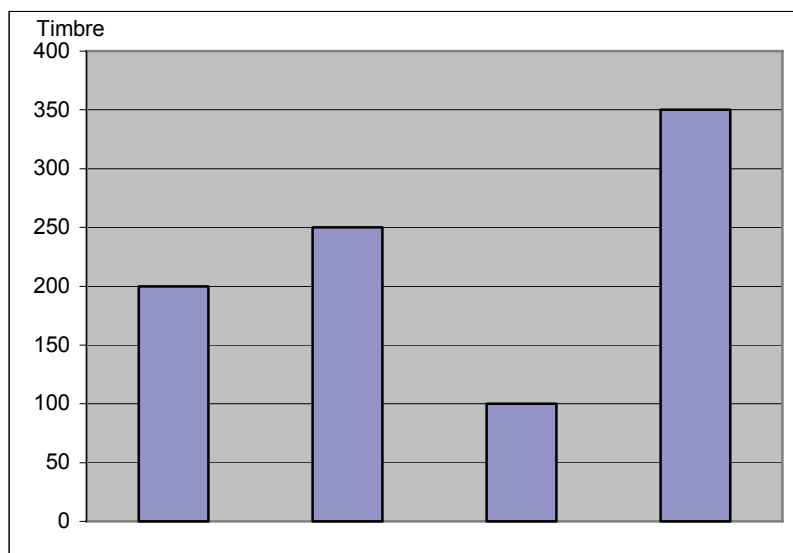
O întrebare structurată este formată din mai multe subîntrebări de tip obiectiv sau semiobiectiv, legate între ele printr-un element comun.

Prezentarea unei întrebări structurate se poate realiza astfel:

- un material cu funcție de stimul (text, date, imagini, diagrame, grafice etc);
- subîntrebări;
- date suplimentare, în relație cu subîntrebările, dacă este cazul.

De exemplu:

Andrei, Bogdan, Corina și Dan colecționează timbre. Numărul timbrelor fiecărui copil este dat în graficul de mai jos.



- 1) Completează textul:
Andrei are timbre, Bogdan are timbre, iar Dan are timbre.
- 2) Câte timbre au împreună cei trei băieți?
- 3) Cu câte timbre are mai mult Andrei decât Corina?
ș.a.m.d.

*itemi
subiectivi*

Itemii subiectivi (cu răspuns deschis) reprezintă o formă tradițională de evaluare în țara noastră, deoarece sunt relativ ușor de construit și testează obiectivele care vizează originalitatea, creativitatea și caracterul personal al răspunsului.

Utilizarea acestor itemi se asociază, de regulă, cu itemi obiectivi sau semiobiectivi.

Din categoria itemilor subiectivi, pentru matematică, interesează rezolvarea de probleme.

Rezolvarea de probleme reprezintă o activitate ce dezvoltă gândirea, imaginația, creativitatea, capacitatea de generalizare.

În funcție de domeniul solicitat, cel al gândirii convergente sau divergente, compotamentele care pot fi evaluate sunt cele din categoria aplicării sau explorării.

De exemplu:

- Într-o cameră sunt două mame, două fiice, o bunică și o nepoată. În total sunt trei persoane. Cum este posibil?
- Pornind de la expresia numerică $(12+3) \times 5$ formulează o problemă și rezolv-o prin două metode.

9.3.3. Cum evaluăm ?

Ne vom referi doar la evaluarea continuă (formativă), care apare cu frecvența cea mai mare la clasă.

*corelare cu
obiectivele*

Întrucât evaluarea este parte integrantă a oricărui demers didactic, ea trebuie gândită în momentul stabilirii obiectivelor operaționale ale lecției și corelată cu acestea.

Stabilirea obiectivelor operaționale ale lecției, în termeni de comportamente observabile și măsurabile, cu precizarea resurselor și menționarea performanțelor minime acceptabile este însoțită de conceperea probei de evaluare formativă indusă. Itemii probei de evaluare trebuie să ne ofere posibilitatea să apreciem realizarea performanțelor minime acceptabile de către toți elevii.

Este posibil ca evaluarea formativă să nu presupună existența unei probe, în sensul strict al cuvântului, ci să finalizeze și să valorizeze o activitate independentă a elevilor, desfășurată într-un timp dat.

O astfel de procedură poate conduce la formarea comportamentului autoevaluativ al elevilor. Participarea lor la aprecierea propriilor rezultate are efecte pozitive atât sub aspectul feed-back-ului, cât și sub cel de ajustare, de autoreglare.

Astfel, evaluarea este pusă în slujba orientării procesului de învățare. În acest demers, prezența elevului este activă și se plasează pe traiectoria: stăpânire anticipată a demersului – autoevaluare- autocorectare.

Pe acest vector se poate ajunge de la evaluarea formativă la evaluarea formativă, care favorizează învățarea.

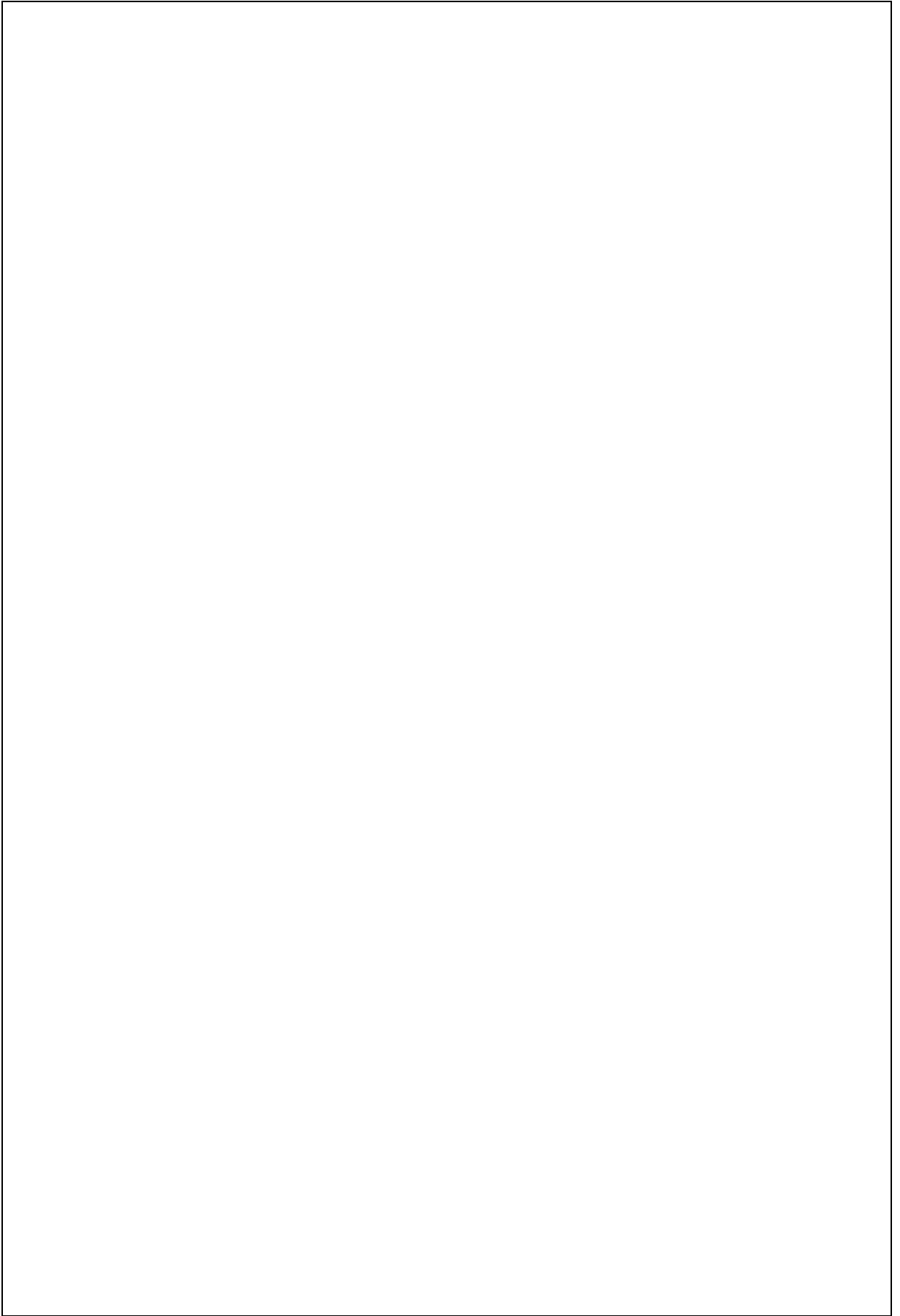
„Trusa” instrumentelor de evaluare formativă este bogată. Practica didactică integrează tehnicile de evaluare și le transformă. Nu trebuie uitat că tehnicile de evaluare reprezintă doar instrumente pentru rezolvarea unei situații de învățare și utilizarea uneia sau alteia nu este scop în sine. Depinde de noi ce, când și cum le folosim pentru realizarea obiectivelor propuse.



Test de autoevaluare

- Optează pentru una dintre clasele I-IV.
- Alege un capitol din matematica acestei clase.
- Construiește o probă de evaluare predictivă pentru acest capitol.
- Alege o lecție din capitol și construiește o probă de evaluare formativă.
- Construiește o probă de evaluare sumativă pentru capitolul ales.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.



9.4. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

Resurse necesare:

- MEC, CNC, *Curriculum național. Programe pentru învățământul primar*, 1998
- SNEE, CNPC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Prognosis
- *** Manual (în vigoare) de matematică pentru clasa aleasă.

9.5. Bibliografie

- 1) Manolescu M., *Evaluarea școlară – un contract pedagogic*, Editura Fundației „D. Bolintineanu”, 2002
- 2) Manolescu M., *Evaluarea școlară – metode, tehnici și instrumente*, Editura METEOR PRESS, 2005
- 3) Manolescu M., *Evaluare în învățământul primar. Aplicații –matematică*, Editura Fundației „D. Bolintineanu”, 2002
- 4) Radu I.T., *Evaluarea în procesul didactic*, EDP, 2000
- 5) Roșu M., Ilarion N., *Teste. Matematică pentru clasele I-IV*, Editura ALL, 1999
- 6) Stoica A., *Evaluarea curentă și examenele. Ghid pentru profesori*, Editura Prognosis, 2001
- 7) *** MEC, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, 1998
- 8) *** SNEE, CNPC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, Editura Prognosis.

UNITATEA DE ÎNVĂȚARE 10

Elemente de proiectare didactică la matematică

Cuprins

10.1.	Obiectivele unității de învățare	93
10.2.	Proiectarea pedagogică	93
10.2.1.	Conceptul de proiectare pedagogică	93
10.2.2.	Modelul proiectării tradiționale	94
10.2.3.	Modelul proiectării curriculare	95
10.3	Proiectarea pe unități de învățare	95
10.4	Proiectarea activității didactice la matematică	96
10.4.1.	Planificarea calendaristică.....	97
10.4.2.	Proiectarea unității de învățare.....	97
10.4.3.	Proiectul de lecție	98
10.5.	Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	100
10.6.	Lucrare de verificare 4.....	100
10.7.	Bibliografie	100

10.1. Obiectivele unității de învățare

La sfârșitul acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să realizeze proiectarea unei unități de învățare, la matematică;
- să aplice metodologia proiectării didactice în realizarea unui proiect de lecție de matematică;
- să conștientizeze importanța proiectării în reușita unei lecții de matematică.

10.2. Proiectarea pedagogică

10.2.1. Conceptul de proiectare pedagogică

proiectare

Conceptul de proiectare pedagogică reflectă ansamblul acțiunilor și operațiilor angajate în cadrul activității didactice pentru realizarea finalităților asumate la nivel de sistem și de proces, în vederea asigurării funcționalității

optime a acestora.

Activitatea de proiectare pedagogică angajează acțiunile și operațiile de definire anticipativă a obiectivelor, conținuturilor, strategiilor învățării, probelor de evaluare și a relațiilor dintre acestea, în condițiile induse de un anumit mod de organizare a procesului de învățământ.

Activitatea de proiectare didactică vizează acțiunile de planificare, programare și concretizare a instruirii prin valorificarea maximă a timpului real destinat învățării.

moduri de proiectare

Prin raportare la resursa materială a timpului se diferențiază două modalități de proiectare pedagogică:

- *proiectarea globală*, care acoperă perioada unui nivel, treaptă, ciclu de învățământ și urmărind elaborarea planului de învățământ și a criteriilor generale de elaborare a programelor de instruire;
- *proiectarea eșalonată*, care acoperă perioada unui semestru, an de învățământ sau a unei activități didactice concrete (cum este lecția), urmărind elaborarea programelor de instruire și a criteriilor de operaționalizare a obiectivelor generale și specifice ale programelor de instruire.

Proiectarea pedagogică se materializează în două modele de acțiune, care reflectă dimensiunea funcțională a conceptului, realizat prin mijloace operaționale specifice didacticii tradiționale, respectiv didacticii curriculare.

10.2.2. Modelul proiectării tradiționale

vizează obiective informative

Proiectarea tradițională concepe criteriul de optimalitate în limitele obiectivelor prioritar informative.

Modelul proiectării tradiționale este centrat pe conținuturi, care subordonează obiectivele, metodologia și evaluarea într-o logică proprie învățământului informativ.

curba lui Gauss

Potrivit concepției tradiționale, aptitudinile intelectuale le elevilor sunt inegal distribuite. Într-o populație școlară mai mare, distribuția se realizează procentual potrivit curbei în formă de **clopot a lui Gauss**: 70% dintre elevii unei colectivități se plasează în jurul valorii medii, de o parte și de alta a acestui interval se situează 13% elevi buni, respectiv 13% elevi slabi, iar la extreme se plasează elevii foarte buni (2%) și foarte slabi (2%).

În consecință, criteriile de notare și probele de evaluare ar trebui să fie elaborate și standardizate astfel încât să conducă la distribuirea elevilor într-unul dintre intervalele de pe curba lui Gauss.

Pe acest model tradițional, proiectarea didactică presupune **următorii pași**:

- definirea în termeni relativi sau procentuali a performanțelor standard, conform modelului teoretic bazat pe curba lui Gauss;
- formularea standardelor instrucționale în termeni de conținuturi, funcție de distribuția relativă.

Practica educațională a demonstrat că aplicarea acestui model de proiectare a activității instructiv-educative poate conduce la stagnare: elevii tind să se identifice cu o anumită poziție pe curba distribuției normale, iar așteptările profesorilor vizând performanțele unui elev converg către poziția acceptată de acesta.

10.2.3. Modelul proiectării curriculare

vizează
obiective
formative

Proiectarea curriculară este centrată pe obiectivele activității instructiv-educative, în care prioritară este conceperea activității didactice ca activitate de predare-învățare și evaluare.

Abordarea curriculară a procesului de învățământ presupune construirea unor rețele interdependente între toate elementele componente ale activității didactice: obiective – conținuturi – metodologie – evaluare.

Aceste rețele valorifică rolul central acordat obiectivelor pedagogice, care urmăresc realizarea unui învățământ prioritar formativ, bazat pe resursele de instruire și educare ale fiecărui elev.

Modelul proiectării curriculare marchează trecerea de la structura de organizare bazată pe conținuturi definite explicit (ce învățăm?) la structura de organizare definită prin intermediul unor obiective și metodologii explicite și implicite (cum învățăm?), cu efecte macrostructurale (plan de învățământ elaborat la nivel de sistem) și microstructural (programe și manuale elaborate la nivel de proces).

Proiectarea curriculară implică un program educațional care **conține**:

algoritm

- selecționarea și definirea obiectivelor învățării în calitate de obiective pedagogice ale procesului de învățământ;
- selecționarea și crearea experiențelor de învățare adecvate obiectivelor pedagogice, în calitate de conținuturi cu resurse formative maxime;
- organizarea experiențelor de învățare la niveluri formative superioare, prin metodologii adecvate obiectivelor și conținuturilor selecționate;
- organizarea acțiunii de evaluare a rezultatelor activității de instruire realizată, conform criteriilor definite la nivelul obiectivelor pedagogice asumate.

curba în J

În această perspectivă, proiectarea curriculară promovează o nouă curbă de diferențiere a performanțelor standard, **curba în formă de J**.

Ea evidențiază faptul că diferențele dintre elevi, valorificate în sens formativ, pot asigura un nivel de performanță acceptabil pentru majoritatea elevilor (circa 90-95%), în condițiile realizării unui model de învățare deplină. Un asemenea model respectă ritmul de activitate al fiecărui elev, concretizat în nivelul de învățare al elevului, care este determinat în funcție de raportul dintre timpul real de învățare și timpul necesar pentru învățare.

Dezvoltarea proiectării curriculare generează o nouă structură operațională a activității de instruire și educare, a cărei consistență internă susține interdependența acțiunilor didactice de predare, învățare, evaluare.

10.3. Proiectarea pe unități de învățare

unitate de învățare

Unitatea de învățare constituie o entitate supraordonată lecției, cuprinzând un sistem de lecții structurate după un sistem de referință corelativ, cel al obiectivelor-cadru sau al obiectivelor de referință.

Dacă în mod tradițional se pornea de la conținuturi (Ce voi preda astăzi?), noua viziune dă prioritate obiectivelor prevăzute de programă și standardelor de performanță (Unde trebuie să ajung?). Centrarea pe obiective presupune și o schimbare de abordare, de orientare spre prioritățile didactice ale diferitelor secvențe instructionale.

O unitate de învățare reprezintă o structură didactică deschisă și flexibilă, care are următoarele caracteristici:

- determină formarea la elev a unui comportament specific, generat de integrarea unor obiective de referință;
- este unitară din punct de vedere tematic;
- se desfășoară sistematic și continuu, pe o perioadă ai mare de timp;
- se finalizează prin evaluare sumativă.

Proiectarea pe unități de învățare are următoarele avantaje:

- constituie un cadru complementar de realizare a proiectării, neînlocuind proiectul de lecție, putând exista ca modalitate suplimentară de proiectare curriculară, ce se poate adecva unor situații specifice de învățare;
- presupune o viziune ansamblistă, integrativă, unitară asupra conținuturilor ce urmează a fi abordate în actul de predare –învățare – evaluare;
- reprezintă o matrice procedurală ce permite într-o mai mare măsură integrarea și corelarea unor ipostaze didactice moderne (resurse, metode, mijloace=).

avantaje

algoritm

Algoritmul proiectării unei unități de învățare conține următorii pași:

- identificarea obiectivelor (De ce voi face?);
- selecționarea conținuturilor (Ce voi face?);
- analiza resurselor (Cu ce voi face ?);
- determinarea activităților de învățare (Cum voi face ?);
- stabilirea instrumentelor de evaluare (Cât s-a realizat ?).

10.4. Proiectarea activității didactice la matematică

Proiectarea activității didactice la matematică reprezintă o particularizare, la domeniul menționat, a prezentării generale schițate în rândurile de mai sus.

Ne vom opri, în cele ce urmează, asupra a 3 elemente de proiectare, necesare profesorului: planificarea calendaristică, proiectarea unității de învățare și proiectul de lecție.

10.4.1. Planificarea calendaristică

Planificarea calendaristică a activităților de predare-învățare face parte din activitatea de programare, organizatoare a conținuturilor. Ea trebuie precedată de o analiză pentru a aprecia:

analiza prealabilă

- timpul mediu necesar clasei de elevi pentru a realiza sarcinile de învățare corespunzătoare obiectivelor și a atinge performanțele anticipate;
- tipurile de strategii adecvate dirijării învățării elevilor;
- tipurile de activități și eșalonarea lor în timp;
- succesiunea probelor de evaluare formativă și sumativă.

Planificarea calendaristică nu este un document administrativ, ci un instrument de interpretare personală a programei.

Elaborarea unei planificări calendaristice presupune:

algoritm

- citirea atentă a programei de matematică;
- stabilirea succesiunii de parcurgere a conținuturilor;
- corelarea fiecărui conținut în parte cu obiectivele de referință vizate;
- verificarea concordanței traseului ales de profesor cu resursele didactice de care dispune (îndrumătoare, ghiduri metodice etc);
- alocarea timpului considerat necesar pentru fiecare conținut, în concordanță cu obiectivele de referință vizate.

Rubricația planificării calendaristice poate fi:

rubrici

Nr. crt.
Unități de învățare
Obiective de referință vizate
Nr. ore alocate
Săptămâna
Observații

10.4.2. Proiectarea unității de învățare

În elaborarea acestui tip de demers trebuie să se aibă în vedere:

algoritm

- centrarea demersului pe obiective, nu pe conținuturi;
- implicarea în proiectare a următorilor factori:
 - obiective (De ce?): obiective de referință
 - activități de învățare (Cum?)
 - evaluare (Cât?): descriptorii de performanță
 - resurse (Cu ce?).

rubrici

Rubricația unui proiect al unității de învățare poate fi:

Conținuturi (detalii)
Obiective de referință
Activități de învățare
Resurse
Instrumente de evaluare
Observatii

Pentru acest tabel:

- în rubrica referitoare la Conținuturi apar inclusiv detalieri de conținut induse de alegerea unui anumit parcurs;
- în rubrica Obiective de referință se trec numerele corespunzătoare obiectivelor de referință sau al competențelor specifice din programă;
- activitățile de învățare pot fi cele din programă, completate, modificate sau chiar înlocuite cu altele, pe care profesorul le consideră necesare pentru realizarea obiectivelor propuse;
- rubrica Resurse conține specificări de timp, loc, forme de organizare a clasei;
- în rubrica Instrumente de evaluare se menționează modalitatea de realizare a evaluării (în final, evaluare sumativă).

10.4.3. Proiectul de lecție

structură

Proiectul de lecție trebuie să conțină:

- datele de identificare: data, clasa, disciplina (matematică);
- datele pedagogice ale lecției: subiectul lecției, tipul lecției (dobândire de noi cunoștințe, formare de priceperi și deprinderi, recapitulare și sistematizare, evaluare), obiectivele de referință, obiectivele operaționale, strategii didactice folosite;
- scenariul didactic (desfășurarea lecției), care conține: eșalonarea în timp a situațiilor de învățare (secvențele lecției), obiectivele operaționale urmărite, conținuturile, strategiile didactice și modalitățile de evaluare.

*etapele
lecției*

Etapele mari ale unei lecții sunt, în general, următoarele:

- moment organizatoric;
- verificarea temei;
- reactualizarea cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor implicate în înțelegerea noului conținut;
- captarea atenției;
- anunțarea subiectului lecției;
- enunțarea obiectivelor;
- predarea noilor conținuturi;
- fixarea acestora;
- transferul cunoștințelor;
- tema pentru acasă.

Evaluarea formativă, ca parte integrantă a demersului didactic se poate realiza fie ca moment de sine stătător în lecție, fie în urma activității independente obișnuite a elevilor.

*calități
necesare
proiectului*

Pentru a fi de calitate, un proiect de lecție trebuie :

- să ofere o perspectivă completă asupra lecției;
- să aibă un caracter realist;
- să fie simplu și operațional;
- să fie flexibil.



Test de autoevaluare

- Optează pentru una dintre clasele I-IV;
- Alege o unitate de învățare din matematica clasei respective.
- Realizează un proiect al unității de învățare alese.

Răspunsul va putea fi încadrat în spațiul rezervat în continuare.

10.5. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

Revezi 10.3. (Proiectarea pe unități de învățare) și 10.4.2. (Proiectarea unității de învățare). Folosește cel puțin programa de matematică și un manual alternativ (în vigoare) pentru clasa aleasă.

10.6. Lucrare de verificare 4

- Optează pentru una dintre clasele I-IV.
- Alege o unitate de învățare din matematica clasei respective.
- Selectează o lecție din această unitate de învățare.
- Realizează un proiect pentru lecția aleasă.

După rezolvare, lucrarea de verificare trebuie transmisă tutorelui, într-o modalitate pe care o veți stabili împreună (e-mail, probă scrisă etc.).

Sugestii pentru acordarea punctajului

- | | |
|--|-----------|
| • Oficiu : | 10 puncte |
| • stabilirea corectă și corelarea tipului de lecție cu obiectivele și strategiile didactice de învățare și evaluare: | 30 puncte |
| • reflectarea, în scenariul didactic, a etapelor unei lecții de matematică de tipul precizat: | 40 puncte |
| • relevanța și adecvarea instrumentelor de evaluare: | 20 puncte |

10.5. Bibliografie

- 1) Iucu R., Manolescu M., *Pedagogie pentru institutori, învățători, educatori, profesori și studenți*, Editura Fundației „D.Bolintineanu”, 2001
- 2) Manolescu M., *Curriculum pentru învățământul primar și preșcolar. Teorie și practică*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004
- 3) *** MEN, CNC, *Curriculum național. Programe școlare pentru învățământul primar*, 1998.

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

1. Bontaș, Ioan, *Pedagogie. Tratat*, Editura ALL, 2001;
2. Dottrens, Robert (coord.), *A educa și a instrui*, EDP, 1970;
3. Neacșu, Ioan (coord.), *Metodica predării matematicii la clasele I – IV*, EDP, 1988;
4. Neagu, Mihaela, Beran, Georgeta, *Activități matematice în grădiniță*, Editura AS'S, 1995;
5. Păun, Emil, Iucu, Romiță (coord.), *Educația preșcolară în România*, Editura Polirom, 2002;
6. Roșu, Mihail, Dumitru, Alexandrina, Ilarion, Niculina, *Ghidul învățătorului. Matematică pentru clasa I*, Editura ALL, 2000
7. MEN, CNC, *Curriculum Național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București, 1998;
8. MEN, *Programa activităților instructiv educative în grădinița de copii*, București, 2000;
9. MECT, CNFPIP, *Ghidul programului de informare / formare a institutorilor / învățătorilor*, București, 2003;
SNEE, CNC, *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*