

Ministerul Educației al Republicii Moldova
Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți
Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului
Catedra de Matematică și Informatică

Curriculum pentru unitatea de curs

Ecuatii diferențiale

Studii cu frecvență la zi

Bălți, 2014

Curriculum-ul la unitatea de curs *Ecuatii diferențiale* a fost discutat la ședința Catedrei de Matematică și Informatică, Procesul-verbal nr. 12 din 30.05.14

Șeful Catedrei _____ conf. univ., dr., Eugeniu Plohotniuc

Curriculum-ul la unitatea de curs *Ecuatii diferențiale* a fost aprobat la ședința Consiliului Facultății de Științe Reale, Economice și ale Mediului, Procesul-verbal nr. 9 din 19.06.14

Decanul Facultății _____ prof. univ., dr. hab., Pavel Topală

Informații de identificare a cursului

Facultatea: Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului

Catedra: Matematică și Informatică

Domeniul general de studiu: 14 Științe ale Educației

Domeniul de formare profesională: 141 Educație și formarea profesorilor

Denumirea specializării: 141.01 Matematică și 141.02 Informatică, ciclul I, studii superioare de licență

Denumirea disciplinei: *Ecuatii diferențiale*

Administrarea unității de curs:

Codul unității de curs	Credite ECTS	Total ore	Repartizarea orelor				Forma de evaluare	Limba de predare
			Prel.	Sem.	Lab.	S. ind.		
S1.04.O.033	4	120	45	30	–	45	Examen	română/ rusă/ engleză

Anul de studiu și semestrul în care se studiază disciplina: anul II, semestrul IV

Regimul disciplinei (obligatorie/opțională/la liberă alegere): obligatorie

Categoria formativă: unitate de curs de orientare spre specializarea de bază (matematica).

Informații referitoare la cadrul didactic

Titularul cursului – Natalia Gașițoi, dr. în matematică, lector superior la catedra de matematică și informatică, a absolvit Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți, specializarea „Matematică și Informatică.” A susținut teza de doctor la Institutul de Matematică „Simion Stoilow” al Academiei Române.

Biroul: aula 208.

Telefon: 0 231 52 337

E-mail: natalia.gasitoi@gmail.com

Orele de consultații: joi, 14¹⁰ – 15³⁰. Consultațiile se oferă atât în regim „față - în - față”, cât și prin utilizarea poștei electronice sau Skype. Numele în Skype: n.gasitoi



Integrarea cursului în programul de studiu

Unitatea de curs Ecuații diferențiale este destinată studenților de la specializarea „Matematică și Informatică”, dar poate fi propusă ca disciplină opțională studenților specializați în fizică, inginerie sau informatică. Matematica oferă limbajul în care sunt descrise modelele cantitative ale lumii înconjurătoare, cu ajutorul ecuațiilor diferențiale fiind descrise majoritatea legilor fizicii. Cu cele mai simple ecuații diferențiale elevii se familiarizează în cursul liceal de matematică și fizică.

Scopurile și conținutul disciplinei sunt corelate cu scopurile și conținutul disciplinelor de specializare S1.05.A.042 Calculul operațional, S1.06.O.056 Geometria diferențială și topologia, S1.06.A.059 Aplicații ale calculului diferențial, S1.06.A.060 Aplicații ale calculului integral, M.07.A.070 Ecuații cu derivate parțiale, M.07.A.071 Ecuațiile fizicii matematice.

Înțelegerea teoriei ecuațiilor diferențiale este esențială atât în activitatea pedagogică, cât și într-o eventuală carieră de cercetător.

Competențe prealabile

i) *Competențe cognitive:*

- de explicare a conceptelor de bază ale calculului diferențial al funcțiilor de o variabilă reală și de mai multe variabile reale, ale calculului integral al funcțiilor de o variabilă reală;
- de descriere a proprietăților matricilor și determinanților;
- de descriere a metodelor de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare;
- de descriere a numerelor complexe, operațiilor cu numere complexe;
- de explicare a noțiunilor de bază ale teoriei polinoamelor.

ii) *Competențe de aplicare:*

- de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare;
- de calcul al derivatelor funcțiilor de o variabilă (definite explicit sau parametric, sau implicit) și a derivatelor parțiale ale funcțiilor de mai multe variabile reale;
- de determinare a primitivelor funcțiilor reale de o variabilă reală;
- de extragere a rădăcinii dintr-un număr complex.

Competențe dezvoltate în cadrul cursului

i) *Competențe cognitive:*

- de explicare, exemplificare și operare cu conceptele de bază ale teoriei ecuațiilor diferențiale ordinare;

- de explicare și analiză cognitivă a metodologiei de integrare a unor ecuații diferențiale de ordinul I și de ordin superior;
- de descriere a metodelor de rezolvare a sistemelor liniare de ecuații diferențiale (înscrise în formă normală).

ii) *Competențe de aplicare:*

- de identificare a tipului ecuației diferențiale de ordinul I și a metodelor de integrare corespunzătoare;
- de determinare a tipului ecuației de ordin superior și de micșorare a ordinului ecuației (unde e cazul);
- de rezolvare a ecuațiilor diferențiale liniare de ordinul n cu coeficienți constanți;
- de rezolvare a sistemelor de ecuații diferențiale liniare de ordinul I cu coeficienți constanți;
- de propunere a procedeelelor, metodelor, tehnicilor de integrare a ecuațiilor diferențiale ordinare pentru rezolvarea adecvată a unor probleme din alte domenii, modelele matematice ale cărora conțin ecuații diferențiale.

iii) *Competențe de analiză și predicție:*

- de modelare a unor procese reale, de formulare a ipotezelor, de determinare a traseului de rezolvare a problemelor corespunzătoare cu ajutorul aparatului teoriei ecuațiilor diferențiale;
- de determinare a traseului de rezolvare și de formulare a concluziilor referitoare la problemele ce pot fi soluționate aplicând cunoștințele și deprinderile formate în cadrul cursului;
- de apreciere a diversității și complexității problemelor aferente teoriei ecuațiilor diferențiale ordinare.

iv) *Competențe de comunicare:*

- de explicare în limba maternă într-o manieră clară și precisă, oral și în scris, a conținuturilor teoretice de bază ale unității de curs Ecuații diferențiale;
- de descriere a tehnicilor specifice disciplinei.

v) *Competențe de învățare:*

- de formulare a obiectivelor cognitive și de alegere a căilor de atingere a lor, aplicând diverse operații mintale așa ca observația, comparația, generalizarea, analiza și sinteza, inducția și deducția, analogia, modelarea etc.

Finalitățile unității de curs

La finalizarea studierii unității de curs studentul va fi capabil:

1. Să explice și să exemplifice conținuturile teoretice, metodele și tehnicile de bază ale teoriei ecuațiilor diferențiale ordinare.
2. Să identifice și să aplice metodologia de integrare a unor anumite tipuri de ecuații diferențiale ordinare de ordinul I.
3. Să identifice și să aplice metodologia de integrare a unor anumite tipuri de ecuații diferențiale ordinare de ordinul superior.
4. Să identifice și să aplice metodologia de rezolvare a sistemelor de ecuații diferențiale liniare.
5. Să identifice problemele din diverse domenii modelele cărora conțin ecuații diferențiale și să soluționeze problemele respective.

Conținuturi

Unitatea de curs „Ecuatii diferențiale” este divizată în 5 unități de învățare.

Nr. d/r	Tema	Numărul de ore		
		C	S	I
	Unitatea de învățare I. Ecuatii diferențiale ordinare de ordinul I			
1.	Introducere în teoria ecuațiilor diferențiale. Cele mai simple tipuri de ecuații diferențiale ordinare.	1		
2.	Ecuatii diferențiale cu variabile separabile și reductibile la ele.	2	2	1
3.	Ecuatii diferențiale omogene și reductibile la ele.	3	2	2
4.	Problema lui Cauchy pentru ecuațiile diferențiale ordinare de ordinul I.	1		
5.	Ecuatii diferențiale liniare de ordinul I.	2	2	2
6.	Ecuatia diferențială a lui Bernoulli. Ecuatia diferențială a lui Riccati.	2	2	1
	<i>Testul de evaluare nr. 1.</i>	2		4

Nr. d/r	Tema	Numărul de ore		
		C	S	I
7.	Ecuatii diferențiale în diferențiale totale.	2	1	1
8.	Metoda factorului integrant.	2	2	2
9.	Ecuatii de ordinul I de grad superior.	2	2	2
10.	Metoda generală de introducere a parametrului. Ecuația lui Lagrange. Ecuația lui Clairaut.	2	2	2
	<i>Testul de evaluare nr. 2.</i>		2	4
	Unitatea de învățare II. Ecuații diferențiale de ordinul superior			
11.	Ecuatii de ordin superior. Problema lui Cauchy pentru ecuații de ordinul n .	1		
12.	Ecuatii de ordinul superior rezolvabile în cuadraturi. Micșorarea ordinului ecuației de ordin superior.	4	2	2
13.	Proprietățile de bază ale soluțiilor ecuațiilor diferențiale liniare omogene de ordinul n .	2		
14.	Reconstruirea ecuației diferențiale liniare omogene după sistemul fundamental de soluții. Formula lui Liouville.	1	1	2
15.	Ecuatii diferențiale liniare neomogene de ordinul n . Metoda lui Lagrange de variație a constantelor arbitrare.	2	2	2
	<i>Testul de evaluare nr. 3.</i>	2		4
16.	Ecuatii diferențiale liniare omogene de ordinul n cu coeficienți constanți.	3	1	2
17.	Ecuatii diferențiale liniare neomogene de ordinul n cu coeficienți constanți cu partea dreaptă de formă specială.	3	2	2
	Unitatea de învățare III. Sisteme de ecuații diferențiale			
18.	Forma normală a sistemelor de ecuații diferențiale. Teorema de existență și unicitate a soluției Problemei lui Cauchy pentru sisteme de ecuații diferențiale liniare.	2		
19.	Sisteme de ecuații diferențiale liniare omogene. Sisteme de ecuații diferențiale liniare neomogene. Metoda variației constantelor arbitrare.	2	1	1
20.	Sisteme de ecuații diferențiale liniare cu coeficienți constanți.	2	2	1
	<i>Testul de evaluare nr. 4.</i>		2	4
	<i>Testul de evaluare finală</i>			4
	TOTAL	45	30	45

Activități de lucru individual

Activitatea individuală este o componentă obligatorie a activității de instruire. În cadrul studierii acestui curs, studenților li se vor propune o serie de teme și probleme care urmează a fi studiate și soluționate independent. Însărcinările pentru lucrul individual sunt lansate în cadrul prelegerilor.

Studentul trebuie să rezolve într-un caiet problemele propuse, precum și problemele selectate din alte surse. Rezolvările trebuie să fie detaliate, însoțite de explicațiile de rigoare. Se va aprecia utilizarea resurselor scrise în limbi străine.

Se recomandă de a prezenta regulat pe parcursul semestrului caietul pentru verificare. Nota pentru lucrul efectuat se va da la sfârșitul semestrului.

Evaluare

Cunoștințele, capacitățile și competențele studenților vor fi evaluate pe parcursul semestrului. Sunt planificate 4 teste de evaluare curentă. În cazul în care studentul lipsește motivat la una din testări, după reîncadrarea lui în procesul de studii, timp de o săptămână, urmează a fi programată și ulterior realizată testarea suplimentară.

Evaluarea finală are loc sub forma unui examen scris. Durata examenului este de 2 ore și 15 minute.

Nota finală la unitatea de curs „Ecuatii diferențiale” se calculează conform formulei:

$$N_f = 0.6 \times n_m + 0.4 \times n_e,$$

unde N_f este nota finală, n_m este nota medie, calculată cu precizia de până la sutimi și reprezintă media aritmetică a notelor pentru testele curente și pentru sarcinile de lucru independent, n_e nota de la examen.

Model de test de evaluare finală

① Fie dată ecuația diferențială $3xy^2y' + y^3 = 1$.

a) Să se determine tipul ecuației.

0.5	
-----	--

b) Să se integreze ecuația dată menționând fiecare pas al algoritmului general de integrare a ecuațiilor de tipul dat.

4	
---	--

c) Să se scrie soluția generală a ecuației și soluțiile singulare (dacă e cazul).

0.5	
-----	--

② Fie dată ecuația diferențială $x^3y' = y(x^2 + y^2)$.

a) Să se determine tipul ecuației.

1	
---	--

- b) Să se integreze ecuația dată menționând fiecare pas al algoritmului general de integrare a ecuațiilor de tipul dat.

4	
---	--
- c) Să se scrie soluția generală a ecuației.

1	
---	--
- ③ a) Să se scrie forma generală a ecuației diferențiale liniare de ordinul I.

0.5	
-----	--
- b) Să se explice metoda de integrare a ecuațiilor diferențiale liniare neomogene de ordinul I.

4	
---	--
- c) Să se illustreze metoda descrisă cu ajutorul exemplului $y' + 4y = x^2 - 3x$.

5.5	
-----	--
- ④ a) Să se explice metoda introducerii parametrului într-o ecuație diferențială care nu conține explicit variabila independentă.

3	
---	--
- b) Să se illustreze metoda descrisă cu ajutorul exemplului $y = \ln(1 + y'^2)$.

4	
---	--
- ⑤ a) Să se scrie forma generală a unei ecuații diferențiale liniare omogene de ordinul n .

0.5	
-----	--
- b) Să se definească noțiunea de sistem fundamental de soluții a unei ecuații diferențiale liniare omogene de ordinul n .

1	
---	--
- c) Să se descrie forma soluției generale a unei ecuații diferențiale liniare neomogene de ordinul n .

1	
---	--
- d) Să se explice metoda variației constantelor arbitrare pentru aflarea soluției generale a ecuației diferențiale liniare neomogene de ordinul n .

3.5	
-----	--
- ⑥ Fie dată ecuația diferențială $y'' + 7y' + 10y = e^{2x}(2x + 5)$.
- a) Să se afle soluția ecuației pe cale algebrică.

8	
---	--
- b) Să se afle soluția ecuației prin metoda variației constantelor arbitrare.

8	
---	--

Principii de lucru în cadrul disciplinei

1. Fiecare oră de curs va începe cu un scurt rezumat (în scris timp de 5 minute) al temei studiate la cursul precedent.
2. Este salutată poziția activă a studentului, care studiază independent noi conținuturi ce țin de curs, care propune pentru discuție probleme selectate din literatura de specialitate, formulează întrebări în cadrul orelor de curs și a orelor practice.
3. Nu este salutată întârzierea la ore.

4. În cadrul disciplinei o atenție sporită va fi oferită respectării principiilor etice. Prezentarea unor soluții a sarcinilor, preluate de la colegi sau din alte surse, preluarea informațiilor din diverse surse, fără a face trimitere la sursă, va fi considerată plagiat și va fi sancționată prin note de „1”.

Resursele informaționale la disciplină

1. Barbu, V., *Ecuatii diferențiale*, Iași: Editura Junimea, 1985.
2. Halanay, A., *Ecuatii diferențiale*, București: EDP, 1972.
3. Vrabie, I., *Ecuatii diferențiale*, București: Editura Matrix Rom, 1999.
4. Moroșanu, G., *Ecuatii diferențiale. Aplicații*, București: Ed. ARSR, 1989.
5. Stepanov, V. V., *Curs de ecuații diferențiale*, București: Ed. Tehnică, 1955.
6. Филиппов, А. Ф., *Сборник задач по дифференциальным уравнениям*, Ижевск: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика”, 2000.
7. Петровский, И. Г., *Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений*, Москва: Физматлит, 2009.
8. Федорюк, М. В. и др., *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Москва: Наука, 1985.
9. Краснов, М. Л., *Обыкновенные дифференциальные уравнения (задачи и примеры с подробными решениями)*, Москва: УРСС, 2002.
10. Понтрягин, Л. С., *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Москва: Наука, 1974.
11. Эльсгольц, Л. Э., *Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление*, Москва: Наука, 1969.
12. Blanchard, P., Devaney, R. L., Hall, G. R., *Differential Equations*, Thompson Brooks/Cole, 2006.