

Ministerul Educației al Republicii Moldova
Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți
Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului
Catedra de Matematică și Informatică

Curriculum pentru unitatea de curs

Analiza matematică I

Studii cu frecvență la zi

Bălți, 2014

Curriculum-ul la unitatea de curs *Analiza matematică I* a fost discutat la ședința Catedrei de Matematică și Informatică, Procesul-verbal nr. 12 din 30.05.14

Șeful Catedrei _____ conf. univ., dr., Eugeniu Plohotniuc

Curriculum-ul la unitatea de curs *Analiza matematică I* a fost aprobat la ședința Consiliului Facultății de Științe Reale, Economice și ale Mediului, Procesul-verbal nr. 9 din 19.06.14

Decanul Facultății _____ prof. univ., dr. hab., Pavel Topală

Informații de identificare a cursului

Facultatea: Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului

Catedra: Matematică și Informatică

Domeniul general de studiu: 14 Științe ale Educației

Domeniul de formare profesională: 141 Educație și formarea profesorilor

Denumirea specializării: 141.01 Matematică și 141.02 Informatică, ciclul I, studii superioare de licență

Denumirea disciplinei: *Analiza matematică I*

Administrarea unității de curs:

Codul unității de curs	Credite ECTS	Total ore	Repartizarea orelor				Forma de evaluare	Limba de predare
			Prel.	Sem.	Lab.	S.ind.		
F.01.O.001	6	180	60	45	–	75	Examen	română/ rusă/ engleză

Anul de studiu și semestrul în care se studiază disciplina: anul I, semestrul I

Regimul disciplinei (obligatorie/opțională/la liberă alegere): obligatorie

Categoria formativă: unitate de curs fundamentală.

Informații referitoare la cadrul didactic

Titularul cursului – Natalia Gașițoi, dr. în matematică, lector superior la catedra de matematică și informatică, a absolvit Universitatea de Stat „Alec Russo” din Bălți, specializarea „Matematică și Informatică.” A susținut teza de doctor la Institutul de Matematică „Simion Stoilow” al Academiei Române.

Biroul: aula 208.

Telefon: 0 231 52 337

E-mail: natalia.gasitoi@gmail.com

Orele de consultații: joi, 14¹⁰ – 15³⁰. Consultațiile se oferă atât în regim „față - în - față”, cât și prin utilizarea poștei electronice sau Skype. Numele în Skype: n.gasitoi



Integrarea cursului în programul de studiu

Cursul de Analiză Matematică I se predă în semestrul I și este o unitate de curs fundamentală pentru specializarea „Matematică și Informatică”. Studiul elementelor de analiză matematică continuă în cadrul unităților de curs F.02.O.012 Analiza matematică II și S1.03.O.023 Analiza matematică III. Acest curs servește drept fundament și pentru unitățile de curs: S1.04.O.033 Ecuații diferențiale, S1.04.O.034 Analiza complexă, S1.06.O.056 Geometria diferențială și topologia, S1.06.A.059 Aplicații ale calculului diferențial, S1.06.A.060 Aplicații ale calculului integral, M.07.A.068 Teoria măsurii și integrala Lebesgue, M.07.A.069 Elemente de analiză funcțională, M.07.A.070 Ecuații cu derivate parțiale, M.07.A.071 Ecuațiile fizicii matematice.

Conform Curriculum-ului național la matematică pentru clasele a X-a – a XII-a, elementele de analiză matematică și anume noțiunile de limită a șirului numeric, limita funcției, funcții continue de o variabilă reală, derivata funcției de o variabilă reală se studiază în regim obligatoriu atât în clasele cu profil real cât și în cele cu profil umanistic. Tematica acestei unități de curs: șiruri numerice, limita funcției de o variabilă reală, funcții continue, funcții derivabile de o variabilă reală este inclusă în toate programele de studii cu specializare matematică.

Reieșind din interesele viitorului profesor de matematică considerăm că problemele fundamentale abordate în cadrul acestui curs constituie un element absolut necesar al culturii matematice, o parte indispensabilă a pregătirii profesorilor de matematică.

Competențe prealabile

i) *Competențe cognitive:*

- de explicare a conceptelor de bază ale cursului liceal de matematică: noțiune de mulțime, noțiune de funcție, noțiune de ecuație, inecuație, sisteme și totalități ale lor;
- de descriere a proprietăților funcțiilor elementare;
- de descriere a metodelor de rezolvare a ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor și totalităților lor.

ii) *Competențe de aplicare:*

- de reprezentare a mulțimilor și operațiilor cu mulțimi prin diagrame Venn-Euler;
- de reprezentare grafică a funcțiilor elementare;
- de rezolvare a ecuațiilor și inecuațiilor liniare, pătratice, iraționale, exponențiale, logaritmice, trigonometrice;
- de rezolvare a sistemelor și totalităților de ecuații și inecuații.

Competențe dezvoltate în cadrul cursului

i) *Competențe cognitive:*

- de explicare, exemplificare și operare cu conceptele de bază ale analizei matematice: limita șirului numeric, limita și continuitatea funcției de o variabilă reală, derivata funcției de o variabilă reală;
- de descriere a proprietăților funcțiilor care au limită într-un punct, ale funcțiilor continue pe un segment, funcțiilor derivabile;
- de dezvăluire a rolului derivatelor la studiul funcțiilor.

ii) *Competențe de aplicare:*

- de studiere a șirurilor de numere reale, a comportării locale ale funcțiilor;
- de ridicare a nedeterminărilor aplicând regulile lui l'Hospital;
- de studiere completă a funcțiilor cu ajutorul derivatelor ei și de schițare a graficului;
- de argumentare a metodelor de rezolvare a problemelor referitoare la diferite compartimente ale disciplinei;
- de propunere a procedeelelor, metodelor, tehnicilor aplicate în Analiza matematică I pentru rezolvarea adecvată a unor probleme din alte domenii.

iii) *Competențe de analiză și predicție:*

- de descriere a etapelor de introducere a unui concept nou în analiza matematică;
- de modelare a unor procese reale, de formulare a ipotezelor, de determinare a traseului de rezolvare a problemelor corespunzătoare;
- de determinare a traseului de rezolvare și de formulare a concluziilor referitoare la problemele ce pot fi soluționate aplicând calculul diferențial;
- de apreciere a diversității și complexității problemelor aferente disciplinei.

iv) *Competențe de comunicare:*

- de explicare în limba maternă într-o manieră clară și precisă, oral și în scris, a conținuturilor teoretice de bază ale unității de curs Analiza matematică I;
- de descriere a tehnicilor specifice disciplinei.

v) *Competențe de învățare:*

- de formulare a obiectivelor cognitive și de alegere a căilor de atingere a lor, aplicând diverse operații mintale așa ca observația, comparația, generalizarea, analiza și sinteza, inducția și deducția, analogia, modelarea etc.

Finalitățile unității de curs

La finalizarea studierii unității de curs studentul va fi capabil:

1. Să explice și să exemplifice conținuturile teoretice, metodele și tehnicile de bază ale unității de curs Analiza matematică I.
2. Să identifice și să aplice diverse metode de studiere la convergența a unui șir numeric.
3. Să identifice și să aplice diverse metode de calcul a limitelor funcțiilor de o variabilă reală.
4. Să studieze la continuitate funcții de o variabilă reală și să clasifice punctele ei de discontinuitate.
5. Să aplice calculul diferențial la studiul complet al funcțiilor reale de o variabilă reală.
6. Să aplice cunoștințele din domeniul acestei unități de curs la predarea cursului liceal de matematică.

Conținuturi

Unitatea de curs „Analiza matematică I” este divizată în 5 unități de învățare.

Nr. d/r	Tema	Numărul de ore		
		C	S	I
	Unitatea de învățare I. Introducere			
1.	Obiectul analizei matematice. Mulțimi.	2	1	1
2.	Noțiune generală de aplicație (funcție).	2	2	1
3.	Funcții elementare, proprietățile și graficele lor.			3
4.	Axiomatica mulțimii numerelor reale.	2		2
5.	Mulțimi mărginite și nemărginite.	2	1	1
	<i>Testul de evaluare nr. 1.</i>	2		4
	Unitatea de învățare II. Șiruri de numere reale			
6.	Șir numeric. Limita șirului numeric.	3	1	1
7.	Noțiune de subșir. Teorema Bolzano–Weierstrass.	1	1	1
8.	Operații cu șiruri convergente.	4	3	3
9.	Șiruri monotone de numere reale. Convergența șirurilor monotone.	2	1	2
10.	Șiruri Cauchy. Criteriul lui Cauchy de existență a limitei unui șir numeric.	1		1
	<i>Testul de evaluare nr. 2.</i>		2	4

Nr. d/r	Tema	Numărul de ore		
		C	S	I
	Unitatea de învățare III. Limita și continuitatea funcțiilor reale de o variabilă reală			
11.	Limita unei funcții într-un punct.	2	1	1
12.	Proprietățile funcțiilor care au limită într-un punct.	2	2	1
13.	Funcții infinit mici. Limita funcției compuse.	2	2	2
14.	Calculul limitelor funcțiilor reale de o variabilă reală.	2	4	4
	<i>Testul de evaluare nr. 3.</i>	2		4
15.	Studiul comportării locale a funcției de o variabilă reală.	2	1	2
16.	Funcții continue într-un punct. Clasificarea punctelor de discontinuitate.	2	1	1
17.	Proprietățile funcțiilor continue pe un segment. Continuitatea uniformă.	2	1	1
18.	Continuitatea unor clase de funcții.	2	1	1
	<i>Testul de evaluare nr. 4.</i>		2	4
	Unitatea de învățare IV. Calculul diferențial al funcțiilor reale de o variabilă reală			
19.	Derivata unei funcții într-un punct.	3	1	2
20.	Funcții diferențiabile. Diferențiala funcției de o variabilă reală.	2	2	2
21.	Sensul geometric și fizic al derivatei și diferențialei funcției.	1	1	1
22.	Derivata funcției inverse.	1	1	1
23.	Derivata și diferențiala funcției compuse.	2	1	2
24.	Derivate și diferențiale de ordin superior.	2	1	1
	<i>Testul de evaluare nr. 5.</i>		2	4
	Unitatea de învățare V. Teoremele de bază ale calculului diferențial al funcțiilor de o variabilă reală			
25.	Teoremele fundamentale ale calculului diferențial: teoremele lui Fermat, Rolle, Lagrange, Cauchy.	2	1	2
26.	Ridicarea nedeterminărilor (regulile lui l'Hospital).	2	2	2
27.	Formula lui Taylor.	2	1	1
28.	Rolul derivatei de ordinul I în studiul funcțiilor.	2	1	1
29.	Rolul derivatei de ordinul II în studiul funcțiilor. Asimptote.	2	2	2
	<i>Testul de evaluare nr. 6.</i>		2	4
	<i>Testul de evaluare finală</i>			5
	TOTAL	60	45	75

Activități de lucru individual

Activitatea individuală este o componentă obligatorie a activității de instruire. În cadrul studierii acestui curs, studenților li se vor propune o serie de teme și probleme care urmează a fi studiate și soluționate independent. Însărcinările pentru lucrul individual sunt lansate în cadrul prelegerilor.

Studentul trebuie să rezolve într-un caiet problemele propuse, precum și problemele din manualul de Matematică pentru clasa a XI-a aferente temelor studiate. Rezolvările trebuie să fie detaliate, însoțite de explicațiile de rigoare. Este binevenită rezolvarea exemplurilor și din alte surse, selectate de student. Se va aprecia utilizarea resurselor scrise în limbi străine.

Se recomandă de a prezenta regulat pe parcursul semestrului caietul pentru verificare. Nota pentru lucrul efectuat se va da la sfârșitul semestrului.

Evaluare

Cunoștințele, capacitățile și competențele studenților vor fi evaluate pe parcursul semestrului. Sunt planificate 6 teste de evaluare curentă. În cazul în care studentul lipsește motivat la una din testări, după reîncadrarea lui în procesul de studii, timp de o săptămână, urmează a fi programată și ulterior realizată testarea suplimentară.

Evaluarea finală are loc sub forma unui examen scris. Durata examenului este de 2 ore și 15 minute.

Nota finală la unitatea de curs „Analiza matematică I” se calculează conform formulei:

$$N_f = 0.6 \times n_m + 0.4 \times n_e,$$

unde N_f este nota finală, n_m este nota medie, calculată cu precizia de până la sutimi și reprezintă media aritmetică a notelor pentru testele curente și pentru sarcinile de lucru independent, n_e nota de la examen.

Model de test de evaluare finală

- a) Definiți noțiunea de limită a unui șir de numere reale în termenii „ $\varepsilon - N(\varepsilon)$ ” și cu ajutorul vecinătăților.

4	
---	--

b) Explicați semnificația termenilor ε și $N(\varepsilon)$ în definiția limitei șirului numeric.

2	
---	--

c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 3n}{9n - 4} = -\frac{1}{3}$.

4	
---	--

d) Aflați numărul termenilor șirului dat, care rămân în exteriorul ε -vecinătății punctului $a = -\frac{1}{3}$ pentru $\varepsilon = 0.001$.

1	
---	--
- a) Definiți noțiunea de șir numeric mărginit.

1	
---	--

- b) Aduceți un exemplu de șir numeric mărginit și șir numeric nemărginit.

1	
---	--
- c) Definiți noțiunea de șir infinit mare.

1	
---	--
- d) Explicați legătura dintre clasa șirurilor infinit mari și clasa șirurilor nemărginite.
Argumentați răspunsul.

2	
---	--
3. a) Demonstrați că un șir numeric monoton descrescător și mărginit inferior converge la marginea inferioară a sa.

5	
---	--
- b) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + n - 1}{4n^2 - 3n + 2} \right)^{2n+3}$.

2	
---	--
- c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + n - 1}{4n^2 - 3n + 2} \right)^{2n+3}$.

4	
---	--
- d) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{8n^2 + n - 1}{4n^2 - 3n + 2} \right)^{2n+3}$.

2	
---	--
4. a) Definiți noțiunea de limită a unei funcții într-un punct în sensul lui Heine.

2	
---	--
- b) Definiți noțiunea de limită a unei funcții într-un punct în sensul lui Cauchy.

2	
---	--
- c) Definiți noțiunea de limită a unei funcții într-un punct cu ajutorul vecinătăților.

2	
---	--
- d) Demonstrați în baza oricărei din aceste definiții, că $\lim_{x \rightarrow 3} (2x + 5) = 11$.

4	
---	--
5. Formulați proprietățile funcțiilor de o variabilă reală continue pe un segment.

6	
---	--
6. Aplicând transformări elementare, calculați limita $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x+4} - 4}{7 - \sqrt{12x+1}}$.

5	
---	--
7. Aplicând limitele remarcabile, calculați limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\operatorname{tg} 3x} - 1}{\ln(1 + \sin 5x)}$.

5	
---	--
8. a) Definiți noțiunea de derivată a unei funcții de o variabilă reală într-un punct.

2	
---	--
- b) Definiți noțiunea de funcție de variabilă reală diferențiabilă într-un punct.

2	
---	--
- c) Demonstrați că o funcție de o variabilă reală este diferențiabilă într-un punct dacă și numai dacă ea este derivabilă în acest punct.

6	
---	--
9. Cu ajutorul diferențialei calculați valoarea aproximativă a expresiei $\sqrt{(2.01)^3 + 1}$.

5	
---	--
10. Formulați și demonstrați teorema lui Lagrange.

7	
---	--
11. Aflați y'_x pentru funcția $y = y(x)$, definită parametric de ecuațiile

$$x(t) = \ln \sin \frac{t}{2}, y(t) = \ln \sin t, 0 < t < \pi.$$

6	
---	--

12. Studiați funcția $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$ cu ajutorul derivatelor de ordinul I și II și schițați graficul ei.

15	
----	--

Principii de lucru în cadrul disciplinei

1. Fiecare oră de curs va începe cu un scurt rezumat (în scris timp de 5 minute) al temei studiate la cursul precedent.
2. Este salutăată poziția activă a studentului, care studiază independent noi conținuturi ce țin de curs, care propune pentru discuție probleme selectate din literatura de specialitate, formulează întrebări în cadrul orelor de curs și a orelor practice.
3. Nu este salutăată întârzierea la ore.
4. În cadrul disciplinei o atenție sporită va fi oferită respectării principiilor etice. Prezentarea unor soluții a sarcinilor, preluate de la colegi sau din alte surse, preluarea informațiilor din diverse surse, fără a face trimitere la sursă, va fi considerată plagiat și va fi sancționată prin note de „1”.

Resursele informaționale la disciplină

1. Gaștoși N., *Curs de lecții la Analiza matematică I*, Bălți, 2011.
2. Кудрявцев, Л. Д., *Математический анализ*, т. 1, Москва: Высшая школа, 1970.
3. Fihtengolț, G.M., *Curs de calcul diferențial și integral*, v. 1, Ed. Tehnică, București, 1963.
4. Зорич, В. А., *Математический анализ*, ч. 1, Москва: ФАЗИС, 1997.
5. Bivol, L., Bulat, M., *Lecții la analiza matematică*, v. 1, Chișinău: EVRICA, 2002.
6. Штернтал, А. Ф., *Внтродучере ын студиул анализей математиче*, Кишинэу: Лумина, 1966.
7. Ильин, В.А., Позняк, Э.Г. *Основы математического анализа*; т. 1, Москва: Наука, 1980.
8. Демидович, Б. П., *Сборник задач и упражнений по математическому анализу*. Москва: Наука, 1979.
9. Берман, Г. Н., *Кулежере де проблеме ла анализа математикэ*. Кишинэу: Лумина, 1968.

10. Давыдов, Н.А., *Сборник задач по математическому анализу*. Москва: Просвещение, 1973.
11. Кузнецов, Л. А., *Сборник заданий по высшей математике*. Москва: Высшая школа, 1994.
12. Запорожец, Г. И., *Руководство к решению задач по математическому анализу*. Москва: Высшая школа, 1966.
13. Trench W. F., *Introduction to real analysis*. Acces liber la adresa web:
http://ramanujan.math.trinity.edu/wtrench/texts/TRENCH_REAL_ANALYSIS.PDF
14. Krantz S., *Calculus demystified*, McGRAW-HILL, 2003.