



Ministerul Educației al Republicii Moldova

Universitatea de Stat ”Alecu Russo” din Bălți

Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului

Catedra de Matematică și Informatică

## Curriculum

pentru unitatea de curs

# METODE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE OLIMPIADĂ

**Ciclul II, masterat**

**Titularul unității de curs: Ina D. Ciobanu**

Bălți, 2015

Curriculum-ul pentru unitatea de curs *Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă* a fost discutat la ședința Catedrei de Matematică și Informatică.

Procesul verbal nr. 3 din 04.11.2015

Şeful Catedrei \_\_\_\_\_ conf. univ., dr. Eugeniu Plohotniuc

Curriculum-ul pentru unitatea de curs *Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă* a fost aprobat la ședința Consiliului Facultății de Științe Reale, Economice și ale Mediului.

Procesul verbal nr. 5 din 08.12.2015

Decanul Facultății \_\_\_\_\_ prof. univ., dr. hab. Pavel Topală

## Informații de identificare a cursului

**Facultatea:** Facultatea de Științe Reale, Economice și ale Mediului

**Catedra:** Catedra de Matematică și Informatică

**Domeniul general de studiu:** 14 Științe ale Educației

**Domeniul de formare profesională:** Program de profesionalizare

**Denumirea specializării:** Didactica matematicii, ciclul II, masterat

**Administrarea unității de curs:**

Codul unității de curs	Credite ECTS	Total ore	Repartizarea orelor				Forma de eva- luare	Limba de pre- dare
			Prel.	Sem.	Lab.	L.ind.		
S.01.O.005	5	150	8	32	-	110	Examen	română, rusă

**Anul de studiu și semestrul în care se studiază disciplina:** anul I, semestrul I

**Regimul disciplinei (obligatorie/optională/la liberă alegere):** obligatorie

**Categoria formativă:** unitate de curs de specializare (de formare a competențelor).

### Informații referitoare la cadrul didactic

Titularul cursului - Ina Ciobanu, doctor în științe fizico-matematice, conferențiar universitar interimar la Catedra de Matematică și Informatică, absolventă a Universității de Stat ”Alecu Russo” din Bălți, specializarea Matematică și Informatică, anul 1999.

Sediul: catedra de Matematică și Informatică, bl. I, aula 145, tel. 0231 52 488.

e-mail: viorelina@yahoo.com

### Integrarea cursului în programul de studii

Se știe că unul din aspectele procesului de predare-învățare-evaluare a matematicii în instituțiile preuniversitare de învățămînt este asigurarea unui nivel obligatoriu de pregătire matematică a tuturor elevilor și realizarea potențialului creativ al fiecărui elev, utilizînd activități variante, individuale și în grup, precum și competiții matematice la diferite niveluri.

În scopul dezvoltării la elevi a interesului către matematică, sunt organizate olimpiadele de matematică care se desfășoară pe faze, succesiv: faza locală, faza raională/municipală, faza republicană. În afară de aceasta, Catedra de Matematică și Informatică organizează anual Concursul Belousov, apariția căruia a fost binevenită la Universitatea de Stat ”Alecu Russo” din Bălți și la nordul Republicii Moldova. Acest concurs este consacrat memoriei fostului

membru al Catedrei de Matematică, algebraistului cu renume mondial Valentin Belousov, la care în fiecare an participă peste 200 de elevi din clasele superioare ale instituțiilor preuniversitare de învățămînt din republică. În plus, anual la Colegiul Politehnic din mun. Bălți se organizează Olimpiada Zonală la matematică pentru studenții colegiilor din nordul Republicii Moldova. Olimpiadele și concursurile de matematică mobilizează an de an iubitorii matematicii, solicitîndu-i să rezolve tot mai ingenios problemele de concurs.

Unitatea de curs ”Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă” este o componentă fundamentală în programul de studii al profilului dat. Cursul se bazează pe cunoștințele și aptitudinile dobîndite anterior în cadrul studierii la nivel teoretic și aplicativ a matematicii preuniversitare și ale disciplinelor universitare: ”Geometria analitică”, ”Analiza matematică”, ”Algebra superioară”, ”Didactica matematicii” (ciclul I, licență).

Unitatea de curs ”Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă” asigură o pregătire practică necesară viitorului profesor: ajută la clasificarea problemelor de olimpiadă, la descoperirea tehnicilor și metodelor de rezolvare ale acestora, la evidențierea greșelilor tipice comise de elevi. Această disciplină are ca principal obiectiv familiarizarea studenților cu tipuri de probleme de matematică date în cadrul concursurilor de matematică, insistînd pe prezentarea unor soluții ingenioase, sau chiar a mai multor soluții și comentarii pentru aceeași problemă, subliniind în același timp finețea și subtilitatea problemelor de concurs.

## **Competențe prealabile**

Cursurile studiate în prealabil sunt atât matematica preuniversitară, cât și disciplinele universitare studiate în cadrul ciclului I, licență: ”Geometria analitică”, ”Analiza matematică I”, ”Algebra superioară”, ”Didactica matematicii”.

Competențe prealabile vor fi:

- posedarea la nivel teoretic și aplicativ a matematicii preuniversitare în limitele standardelor de studiu eficient al matematicii (Standarde de învățare eficientă, aria curriculară Matematica, aprobat de Ministerul Educației în anul 2012, sursa electronică [www.edu.md](http://www.edu.md));
- să stăpînească un sistem de cunoștințe fundamentale în funcție de problema care va trebui rezolvată în final;
- să posede deprinderi și capacitați de utilizare/aplicare în situații simple/standarde pentru a le înțelege, realizînd astfel funcționalitatea cunoștințelor obținute.

## **Competențe dezvoltate în cadrul cursului**

**COMPETENȚE COGNITIVE:**

1. Descrierea obiectului de studiu și obiectivelor unității de curs ”Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă”.

2. Identificarea conceptelor, terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii în diverse contexte.

**COMPETENȚE DE APLICARE:**

1. Aplicarea conceptelor, terminologiei și a procedurilor de calcul specifice matematicii în diverse contexte la rezolvarea problemelor de olimpiadă.

2. Utilizarea achizițiilor matematice dobîndite pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații reale și/sau modelate.

3. Modelarea unor contexte matematice variate prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii.

4. Elaborarea unor planuri de acțiuni privind rezolvarea problemei de olimpiadă, situației-problemă reale și/sau modelate.

**COMPETENȚE DE ANALIZĂ ȘI PREDICTIONE:**

1. Selectarea și sistematizarea, din mulțimea de informații culese sau indicate, a datelor necesare pentru rezolvarea problemei reale și/sau modelate.

2. Evaluarea/autoevaluarea critică a activităților realizate în context matematic și/sau practic.

3. Inițierea și realizarea unor investigații/explorări utilizând achizițiile matematice dobîndite, modelele matematice studiate și tehnologiile informaționale și comunicaționale adecvate.

4. Rezolvarea prin consens/colaborare a problemelor, situațiilor-problemă create în cadrul diverselor activități.

5. Interpretarea metodelor și tehniciilor de rezolvare a problemelor de olimpiadă.

6. Evidențierea aspectelor principale în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

7. Prezentarea riguroasă a rezolvărilor problemelor de olimpiadă.

**COMPETENȚE DE COMUNICARE:**

1. Explicarea în limba maternă într-o manieră clară și precisă, oral și în scris, a procedeilor, metodelor și tehniciilor de rezolvare a problemelor de olimpiadă.

2. Utilizarea adecvată în limba maternă/de stat a terminologiei specifice disciplinei matematice studiate în treapta gimnazială și liceală.

3. Utilizarea terminologiei specifice matematicii în situații reale de comunicare.

4. Angajarea în discuții critice și constructive asupra unui subiect matematic.

5. Justificarea unui rezultat sau demers recurgînd la argumentări.

**COMPETENȚE ATITUDINALE:**

1. Manifestarea unei atitudini pozitive față de știința matematică.

2. Dezvoltarea abilităților de a gîndi logic.

3. Incitarea pentru o abordare multidisciplinară a fenomenelor sociale.

4. Abilitatea de a aprecia diversitatea și complexitatea problemelor din cadrul olimpiadelor și concursurilor de matematică.
5. Valorificarea optimă și creativă a propriului potențial în activitățile științifice.
6. Promovarea unui sistem de valori culturale, morale și etice.
7. Competențe de a lucra în echipă, de a preveni și rezolva situațiile de conflict.

#### **COMPETENȚE DE ÎNVĂȚARE:**

1. Formularea obiectivelor cognitive și de alegere a căilor de atingere a acestora, aplicând diverse operații mintale așa ca observația, comparația, generalizarea, analiza și sinteza, inducția și deducția, analogia, modelarea etc.
2. Planificarea și organizarea a propriei învățări atât individual, cât și în grup.

### **Finalitățile cursului**

La finele studierii unității de curs ”Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă” studentul va fi capabil:

- să stăpînească un sistem de cunoștințe fundamentale în funcție de problema care va trebui rezolvată în final;
- să elaboreze unele planuri de acțiuni privind rezolvarea problemei, situației-problemă reale și/sau modelate;
- să rezolve diferite situații-problemă din cadrul olimpiadelor și concursurilor de matematică, conștientizând astfel cunoștințele funcționale în viziunea proprie;
- să interpreteze metodele și tehniciile de rezolvare a problemelor de olimpiadă;
- să rezolve situații semnificative în diverse contexte care reprezintă probleme din viața cotidiană și să manifeste comportamente/attitudini conform achizițiilor finale.

### **Conținuturi**

Nu există o metodă unică de rezolvare a problemelor de olimpiadă. Invers, numărul metodelor permanent se mărește. Unele probleme pot fi rezolvate aplicând mai multe metode diferite sau printr-o combinație de metode.

<b>Nr. d/r</b>	<b>Denumirea temei</b>	<b>Numărul de ore</b>	
		<b>C</b>	<b>S</b>
<b>1.</b>	Istoria competițiilor și concursurilor matematice. Apariția olimpiadelor și concursurilor de matematică în Republica Moldova: faza locală, faza raională/municipală, faza republicană; concursul V.Belousov și Olimpiada Zonală Nord.	1	

Nr. d/r	Denumirea temei	Numărul de ore	
		C	S
2.	Istoria apariției olimpiadelor internaționale de matematică. Scopul, obiectivele și regulamentul olimpiadelor matematice naționale și internaționale ale elevilor.	1	
3.	Sfaturile pentru participantul olimpiadei de matematică. Criteriile de notare a lucrărilor olimpicilor.	1	
4.	Metodologia rezolvării problemelor de aritmetică. Analiza problemelor de olimpiadă.	1	
5.	Aspecte metodice de rezolvare a problemelor cu cifre, numere întregi (paritatea, divizibilitatea, comparații după modul, descompunerea în factori primi), numere raționale).		2
6.	Strategii și tehnici de rezolvare a problemelor din algebră. Analiza problemelor de olimpiadă.	2	
7.	Metodologia rezolvării problemelor de algebră: expresii numerice, identități, inducția matematică. Analiza problemelor de olimpiadă.		3
8.	<i>Evaluare sumativă nr. 1</i>		2
9.	Aspecte metodice de rezolvare a problemelor din algebră: ecuații și sisteme de ecuații. Analiza problemelor de olimpiadă.		3
10.	Metode și tehnici de rezolvare a problemelor din algebră: inecuații și sisteme de inecuații. Analiza problemelor de olimpiadă.		3
11.	Strategii metodice de rezolvare a problemelor din algebră: ecuații/inecuatii și sisteme de ecuații/inecuatii cu parametru. Analiza problemelor de olimpiadă.		3
12.	Aspecte metodice de rezolvare a problemelor de algebră: probleme textuale. Analiza problemelor de olimpiadă.		2

Nr. d/r	Denumirea temei	Numărul de ore	
		C	S
13.	Metodologia rezolvării problemelor de analiză matematică: studiul funcției, derivata și integrala funcției. Analiza problemelor de olimpiadă.		2
14.	<i>Evaluare sumativă nr. 2</i>		2
15.	Strategii metodice de rezolvare a problemelor de planimetrie: triunghiuri, patrulatere, cercuri, ariile figurilor. Analiza problemelor de olimpiadă.		3
16.	Metode și tehnici de rezolvare a problemelor de planimetrie: locurile geometrice ale punctelor, probleme la simetrie și rotații, vectori. Analiza problemelor de olimpiadă.	1	2
17.	Metodologia rezolvării problemelor de stereometrie. Analiza problemelor de olimpiadă.	1	3
18.	<i>Evaluare sumativă nr. 3</i>		2
	<b>TOTAL</b>	8	32

## **Activități de lucru individual**

Activitatea individuală a studentului este o componentă obligatorie a activității de instruire. În cadrul studierii unității de curs ”Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă”, studenților li se propun două sarcini pentru lucrul individual.

*Sarcina nr. 1.* Studenților li se propun o serie de probleme care urmează a fi studiate și soluționate independent. Însărcinările pentru lucrul individual sunt lansate în cadrul seminarelor. Setul de probleme, propuse pentru lucrul individual, va fi scris într-un caiet și va fi însoțit de rezolvările detaliate, desenele și explicațiile necesare. Se recomandă de a prezenta regulat pe parcursul semestrului caietul pentru verificare. Nota pentru lucrul efectuat se va da la sfîrșitul semestrului.

*Sarcina nr. 2.* Studenților li se propune să alcătuiască un set de probleme pentru olimpiada școlară la matematică, petrecută în instituția de învățămînt preuniversitar în care activează studentul respectiv. Clasa, pentru care vor fi elaborate teste cu probleme de olimpiadă, va

fi aleasă de studentul respectiv împreună cu titularul unității de curs. Setul de probleme va fi înscris într-un caiet, în care vor fi prezente și argumentările alegerii efectuate. Nota pentru lucrul efectuat se va da la sfîrșitul semestrului.

Frecvența la seminar, participarea activă la discuțiile lansate, stăpînirea tehnicielor și metodelor specifice rezolvării problemelor de olimpiadă la un nivel satisfăcător îi va garanta studentului posibilitatea de a realiza sarcinile propuse la evaluare sumativă și evaluarea finală.

Lucrul asupra sarcinilor individuale va fi ghidat de către titularul de curs, care va acorda săptămânal consultații.

## Evaluare

Pe parcursul studierii unității de curs "Metode de rezolvare a problemelor de olimpiadă" studentul va susține 3 evaluări sumative.

În cazul în care studentul lipsește motivat la una din testări, după reîncadrarea lui în procesul de studii, timp de o săptămână, urmează a fi programată și ulterior realizată testarea suplimentară.

La ultima lecție a fiecarei luni, studentul prezintă la control lucrul independent asupra sarcinilor propuse la orele de curs. La finele studierii unității de curs, lucrul independent este notat.

Din cele 5 note acordate studentului (3 note primite la evaluările sumative și 2 note primite pentru lucrul independent) se calculează nota medie (media aritmetică).

Evaluarea finală se realizează sub forma unui examen scris. Testul final conține întrebări teoretice și însărcinări practice, care cuprind întreg materialul studiat. Durata examenului este de 3 ore academice.

Nota finală se calculează conform formulei:

$$\text{Nota finală} = 0,6 \times \text{nota medie} + 0,4 \times \text{nota de la examen}.$$

(Toate componente din formula dată sunt  $\geq 5$ .)

## Model de test propus pentru evaluarea finală

**1.** (6 puncte) [CB2005(XI)] Calculați:  $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$ .

**2.** (12 puncte) [OM2013(XII)] Determinați  $x \in \mathbb{N}$ ,  $y \in \mathbb{N}$ , astfel încât  $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+y} = 2032$ .

**3.** (15 puncte) [OR2012(XI)] Fie  $i \in \mathbb{C}$ ,  $i^2 = -1$ . Să se determine toate valorile  $n \in \mathbb{N}^*$  pentru care are loc egalitatea

$$(1+i) \cdot (2+i) \cdot \dots \cdot (n+i) + (1-i) \cdot (1-2i) \cdot \dots \cdot (1-ni) = 0.$$

4. (15 puncte) [OR2012(IX)] Iazul este alimentat de un izvor. Se știe, că o turmă de 183 de elefanți poate bea apa iazului într-o zi, iar o turmă de 37 de elefanți - în 5 zile. Poate oare un elefant să bea apa iazului pe parcursul întregului an 2012?

5. (10 puncte) [CB2004(X, XI)] Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația:  $\sqrt{x - \sqrt{x + \sqrt{x - \sqrt{x + \sqrt{x - \dots}}}}} = 2$ .

6. (15 puncte) [OZ2004(XI, XII)] Rezolvați în  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} \sin x + \sqrt{y} + z^2 = 14 \\ 2\sin x + \sqrt{y} - z^2 = -3 \\ 3\sin x + \sqrt{y} - 2z^2 = -11 \end{cases}$$

7. (8 puncte) [OM2012(VIII)] Arătați că valoarea expresiei  $\sqrt{1 + 2009 \cdot 2010 \cdot 2011 \cdot 2012}$  este un număr natural.

8. (18 puncte) [OR2012(X)] Fie inecuația

$$(\log_2 \frac{4a+4}{a}) \cdot x^2 + 2 \cdot (\log_2 \frac{2a}{a+1}) \cdot x + \log_2 \frac{(a+1)^2}{4a^2} > 0.$$

Determinați toate valorile reale  $a$  pentru care inecuația dată este justă pentru orice valori reale ale lui  $x$ .

## Resurse informative ale cursului

1. Marinciuc M. Olimpiade și olimpici. În: Fizica și tehnologiile moderne. vol.7, nr. 1-2, 2009.
2. Regulamentul privind organizarea și desfășurarea olimpiadelor școlare la disciplinele de studii. În: Anexă la ordinul nr. 66 al ministrului din 31.01.2012. (Ministerul Educației RM)
3. Scutelnicicu I., Slanină G., Suceveanu V., Vizită V. Funcții exponențiale și logaritmice. Chișinău: Editura Lumina, 1993, 125 p.
4. Suceveanu V. Culegere de probleme nestandard. Chișinău, 1996, 110p.
5. 3000 конкурсных задач по математике. М.: Айрис-пресс, 2003, 624с.
6. Балаян Э.Н. 1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике. Ростов на Дону: Феникс, 2008, 364с.
7. Ветер В. К. ш.а. Олимпиаде математиче (1949-1959). Кишинэу: Картая Молдовеняскэ, 1961, 216п.
8. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 классы. М.: Айрис-пресс, 2009, 256с.

9. Зубелевич Г.И. Сборник задач московских математических задач (с решениями). Москва: Просвещение, 1971, 304с.
10. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы. Под ред. Сканави М.И., М.: Высшая школа, 1977, 519 с.
11. Шахно К.У. Сборник задач по элементарной математике повышенной трудности. М.: Высшая школа, 1965, 523 с.

### **Note**