

CZU: 519.2(072.8)

CARACTERISTICI NUMERICE ȘI LEGITĂȚI STATISTICE ÎN TEORIA FIABILITĂȚII**Evtodiev S.¹, Veleșcu D.², Evtodiev I.^{2*}**¹Didact Vega SRL, bd. Ștefan cel Mare și Sfint, 200, MD-2004, Chișinău, Republica Moldova²Universitatea de Stat din Moldova, str. Alexei Mateevici, 60, Chișinău, MD-2009, Republica Moldova*e-mail: ievtodiev@yahoo.com

Articolul dat se referă la caracteristicile numerice ale fiabilității și repartiția funcțiilor de fiabilitate după legitățile statistice din teoria fiabilității. Am studiat mai în detaliu Legea Gamma și Legea Weibull cu 1 parametru, 2 parametri și 3 parametri.

Cuvinte-cheie: fiabilitate, caracteristici numerice, legitățile statistice, nefiabilitate.

This paper refers to numerical characteristics of reliability features and reliability distribution functions after statistical regularities of reliability theory. We studied in more detail the Gamma Law and Weibull Law with 1, 2 and 3 parameters.

Keywords: reliability, numerical characteristics, statistical legitimate, unreliability.

INTRODUCERE

Fiabilitatea unui sistem exprimă siguranța sa în funcționare. Este o funcție de timp $R(t)$, definită drept probabilitatea că, în condiții înconjurătoare specificate, sistemul să funcționeze adecvat, menținându-și parametrii prestabiliți în intervalul de timp $[0;t]$. Fiabilitatea are o valoare cuprinsă între 0 și 1 și este un aspect al calității.

Fiabilitatea din punct de vedere calitativ reprezintă aptitudinea unui sistem de a îndeplini corect funcțiunile prevăzute, pe durata unei perioade de timp, în condiții de exploatare specificate.

Există o diferență dintre fiabilitate și calitate. Fiabilitatea spre deosebire de calitate, este verificarea în timp a calității produsului aflat în exploatare.

Fiabilitate din punct de vedere cantitativ reprezintă probabilitatea ca sistemul să-și îndeplinească corect funcțiile prevăzute, pe durata unei perioade de timp date, în condiții de exploatare specificate.

La sistemele mai complexe, cunoscând fiabilitatea fiecărei componente în parte, se poate calcula fiabilitatea întregului sistem.

Oricât s-ar investi în vederea asigurării fiabilității unui sistem complex, nu se poate realiza o fiabilitate ideală, adică un sistem care să nu se degradeze în timp. În aceste condiții este necesar să se cunoască cât mai exact nivelul fiabilității reale, astfel încât, în funcție de acesta, să se stabilească durata misiunii

sistemului, perioada de revizie, elementele de rezervă, etc. Dacă notăm cu 1 nivelul fiabilității ideale și cu 0 fiabilitatea unui sistem care nu funcționează niciodată, putem face o reprezentare a costurilor de producție, întreținere și totale în funcție de nivelul de fiabilitate, de unde se observă că există un nivel optim al fiabilității pentru care cheltuielile totale sunt minime. Este necesară o exprimare univocă a fiabilității într-o formă cantitativă și o metodă de măsurare a fiabilității unui sistem concret, ceea ce presupune un model matematic și o metodologie de evaluare. Odată stabilite acestea, se poate concepe un control al nivelului de fiabilitate, nivelul optim fiind cel stabilit prin criterii economice.

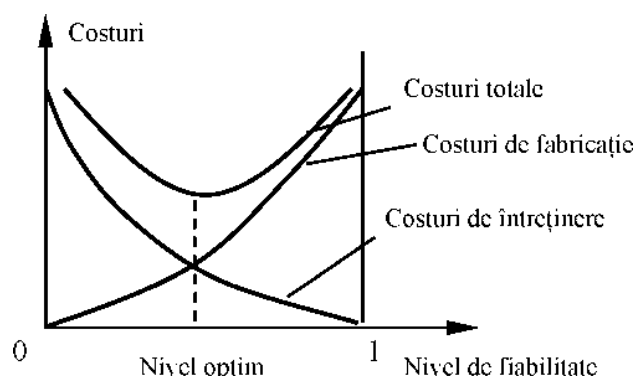


Fig. 1. Dependenta costurilor de producție, întreținere și totale în funcție de nivelul de fiabilitate [1]

Dezvoltarea teoriei fiabilității a influențat pozitiv așa domenii ca electronica, telecomunicațiile, sistemele de navigație,

sistemul energetic, sistemele urmărite și dirijate pe calculator, tehnica militară, etc.

În fig. 2 este reprezentată variația în timp a ratei de defectare a unui sistem tehnic.

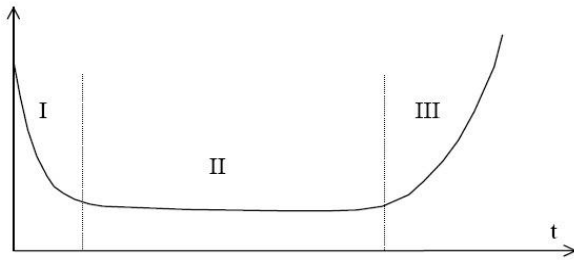


Fig. 2. Variația în timp a ratei de defectare a unui produs

După cum se observă, pe durata de viață a produsului există trei zone:

1. zona I care are o rată de defectare relativ mare, în care se manifestă defectele de fabricație ascunse ale produsului și care corespunde perioadei de rodaj, în care aceste defecte apar și se pot elimina;
2. zona II care corespunde zonei de funcționare normală, în care rata de defectare are valoare mică și aproximativ constantă;
3. zona III în care rata de defectare crește foarte mult, corespunde perioadei de îmbătrânire a echipamentului respectiv.

Această caracteristică este diferită de la un produs la altul, în funcție de tehnologia de realizare și de proiectarea produsului; se pot obține caracteristici pentru care zona I să fie practic inexistentă (prin folosirea de subansamble testate în prealabil), sau caracteristici la care zona II să fie foarte scurtă ca durată.

Caracteristicile numerice ale fiabilității sunt:

Valoarea medie $M(T)$ – timpul de funcționare fără defectare.

Mediana t_{med} – timpul care arată probabilitatea ca sistemul se defectează la jumătate.

Modul t_{mod} – timpul cel mai probabil de defectare.

Dispersia $D^2(T)$ – abaterea valorilor numerice de la medie.

Abaterea medie pătratică σ – gradul de uniformitate a performanțelor individuale a

unor sisteme de același tip din punct de vedere a fiabilității.

Cuantila/timp de garanție t_g/t_α – timp în care proporția de elemente defecte dintr-o anumită colectivitate nu depășește numărul de defecte.

Funcțiile fiabilității sunt:

- 1) funcția de fiabilitate, care reprezintă totalitatea calităților unui sistem tehnic care determină capacitatea acestuia de a funcționa fără defecțiuni într-un interval de timp în anumite condiții date.
- 2) funcția de nefiabilitate, care se definește ca proprietatea unui sistem tehnic de a nu mai funcționa corect în condiții date.
- 3) densitatea de repartiție, care este densitatea de repartiție a defectelor, și reprezintă derivata funcției de nefiabilitate.
- 4) hazardul de defectare, care reprezintă riscul instantaneu de defectare al unui sistem sau al unei componente dintr-un sistem.

Funcția de fiabilitate are următoarele legi de repartiție:

- 1) Legea exponențială;
- 2) Legea normală;
- 3) Legea lognormală;
- 4) Legea Gamma;
- 5) Legea Weibull, care la rândul ei se împarte în:
 - Legea Weibull cu un parametru;
 - Legea Weibull cu doi parametri;
 - Legea Weibull cu trei parametri.

Folosind programul Microsoft Office Excel 2007 am introdus valorile numerice ale timpului t și parametrii prestabiliți. După care am calculat cu ajutorul formulelor funcția de fiabilitate $R(T)$; funcția de nefiabilitate $F(T)$; densitatea de repartiție $f(T)$ și funcția hazard de defectare $h(T)$. Apoi am construit graficele funcțiilor date:

- a) $R(t) = f(T)$;
- b) $F(t) = f(T)$;
- c) $f(t) = f(T)$;
- d) $h(t) = f(T)$.

Aceeași metodă de calcul am folosit pentru fiecare lege.

LEGEA GAMMA ȘI REPARTIȚIA FUNCȚIILOR DE FIABILITATE

Legea Gamma este folosită în teoria fiabilității în cazurile în care pot exista defecțiuni parțiale. Legea Gamma se utilizează foarte des în cazul celei de-a doua defectări. Ea se manifestă la sfârșitul duratei de viață a sistemului tehnic, adică în zona III (fig. 2).

În cazul legii Gamma funcția de fiabilitate $R(t)$ are forma:

$$R(t) = \left(\sum_{k=0}^{p-1} \frac{(\alpha t)^k}{k!} \right) e^{-\alpha t}, p \in N \quad (1)$$

unde $k=p-1$ și p reprezintă numărul defectărilor parțiale până la defectarea completă, α este rata defectărilor și t este timpul.

Funcția de nefiabilitate $F(t)$ are formula:

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (2)$$

Densitatea de repartiție $f(t)$ este dată de funcția:

$$f(t) = \frac{\alpha}{(p-1)!} (\alpha t)^{p-1} \cdot e^{-\alpha t} \quad (3)$$

unde p reprezintă numărul defectărilor parțiale până la defectarea completă, α este rata defectărilor și t este timpul.

Funcția hazard de defectare $h(t)$ are forma:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (4)$$

Reprezentând grafic funcția de fiabilitate $R(t)$, funcția de nefiabilitate $F(t)$, densitatea de repartiție $f(t)$ și funcția hazard de defectare $h(t)$ în cazul legii Gamma cu parametrii $\alpha = 3$; $p_1 = 2,0$; $p_2 = 1,0$; $p_3 = 0,5$, obținem (fig. 3).

LEGEA WEIBULL ȘI CARACTERISTICILE NUMERICE ALE FIABILITĂȚII

Una dintre cele mai utilizate legi de distribuție în teoria fiabilității este distribuția Weibull. În funcție de complexitatea sistemului tehnic această lege poate depinde de un singur parametru, sau de mai mulți parametri ai sistemului tehnic. Depinzând de doi au trei parametri, distribuția Weibull poate modela fenomene a căror densitate de defectare poate fi crescătoare sau descrescătoare, și poate avea forme diferite.

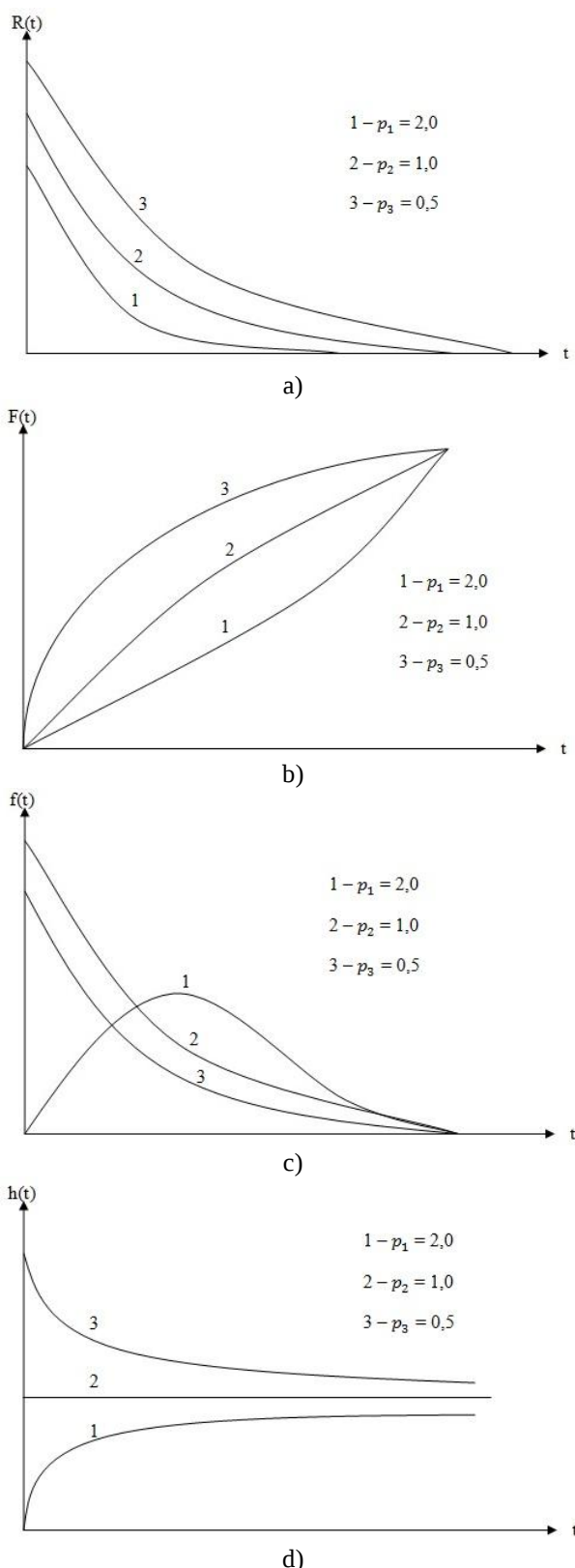


Fig. 3. Dependența funcțiilor de fiabilitate $R(t)$ – a), nefiabilitate $F(t)$ – b), densitatea de repartiție $f(t)$ – c) și hazardul de defectare $h(t)$ – d) ce urmează legea Gamma

Legea Weibull se manifestă zona de funcționare normală (zona II) și la sfârșitul duratei de viață a sistemului tehnic, adică în zona III (fig. 2).

LEGEA WEIBULL CU UN PARAMETRU ȘI CARACTERISTICI NUMERICE ALE FIABILITĂȚII

Distribuția Weibull cu un parametru se consideră atunci când unul dintre parametrii distribuției Weibull cu doi parametri este constant, adică iar $\beta = C$ care este constant. Această situație apare atunci când se presupune că parametrul de formă β este trecut dintr-o experiență trecută, identică sau similară.

În cazul legii Weibull cu un parametru funcția de fiabilitate $R(t)$ are forma:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\Theta}\right)^C} \quad (5)$$

unde t este timpul, Θ este parametru de scală (durata de viață până când se vor defecta un anumit procent de componente, iar $\beta = C$ care este constant.

Funcția de nefiabilitate $F(t)$ are formula:

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (6)$$

Densitatea de repartiție $f(t)$ este dată de funcția:

$$f(t) = \frac{C}{\Theta} \left(\frac{t}{\Theta}\right)^{C-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\Theta}\right)^C} \quad (7)$$

unde t este timpul, Θ este parametru de scală (durata de viață până când se vor defecta un anumit procent de componente, iar $\beta = C$ care este constant.

Funcția hazard de defectare $h(t)$ are forma:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (8)$$

Reprezentând grafic funcția de fiabilitate $R(t)$, funcția de nefiabilitate $F(t)$, densitatea de repartiție $f(t)$ și funcția hazard de defectare $h(t)$ în cazul legii Weibull cu parametrii $C = 2$; $\Theta_1 = 0,5$; $\Theta_2 = 1,0$; $\Theta_3 = 1,5$ și $\Theta_4 = 2,0$ obținem (fig. 4).

LEGEA WEIBULL CU DOI PARAMETRI ȘI CARACTERISTICI NUMERICE ALE FUNCȚIEI DE FIABILITATE

În cazul distribuției Weibull cu doi parametri se cunoaște parametrul de formă β și parametrul de scală Θ , care este durata de viață până când se vor defecta un anumit procent de componente.

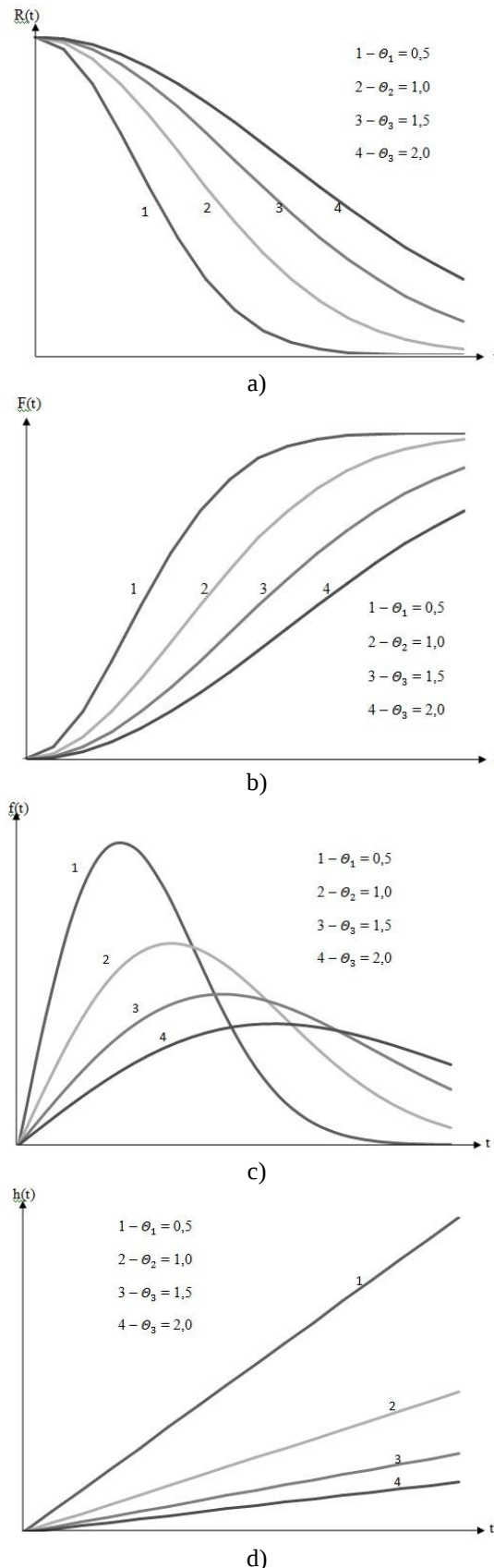


Fig. 4. Dependența funcțiilor de fiabilitate $R(t)$ – a), nefiabilitate $F(t)$ – b), densitatea de repartiție $f(t)$ – c) și hazardul de defectare $h(t)$ – d) ce urmează legea Weibull cu un parametru

În cazul legii Weibull cu doi parametri funcția de fiabilitate $R(t)$ are forma:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\Theta}\right)^\beta} \quad (9)$$

unde t este timpul, Θ este parametru de scală (durata de viață până când se vor defecta un anumit procent de componente, iar β este parametru de formă.

Funcția de nefiabilitate $F(t)$ are formula:

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (10)$$

Densitatea de repartiție $f(t)$ este dată de funcția:

$$f(t) = \frac{\beta}{\Theta} \left(\frac{t}{\Theta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\Theta}\right)^\beta} \quad (11)$$

unde t este timpul, Θ este parametru de scală (durata de viață până când se vor defecta un anumit procent de componente, iar β este parametru de formă.

Funcția hazard de defectare $h(t)$ are forma:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (12)$$

În funcție de valoarea parametrului β , distribuția Weibull poate lua forma următoarelor distribuții:

- pentru $\beta < 1$ distribuția Weibull trece în distribuția Gamma;
- pentru $\beta = 1$ distribuția Weibull trece în distribuția exponențială;
- pentru $\beta = 2$ distribuția Weibull trece în distribuția lognormală;
- pentru $\beta = 3,5$ distribuția Weibull trece în distribuția normală.

Reprezentând grafic funcția de fiabilitate $R(t)$, funcția de nefiabilitate $F(t)$, densitatea de repartiție $f(t)$ și funcția hazard de defectare $h(t)$ în cazul legii Weibull cu parametrii $\beta_1 = 1,0$; $\beta_2 = 1,5$; $\beta_3 = 2,0$; $\beta_4 = 2,5$ și $\Theta = 2$ obținem (fig. 5).

LEGEA WEIBULL CU TREI PARAMETRI ȘI CARACTERISTICILE NUMERICE ALE FIABILITĂȚII

Distribuția Weibull cu trei parametri se utilizează atunci când se presupune ca nu au loc defectări înainte de momentul $t = \gamma$, de unde și denumirea parametrului este durata minimă de viață.

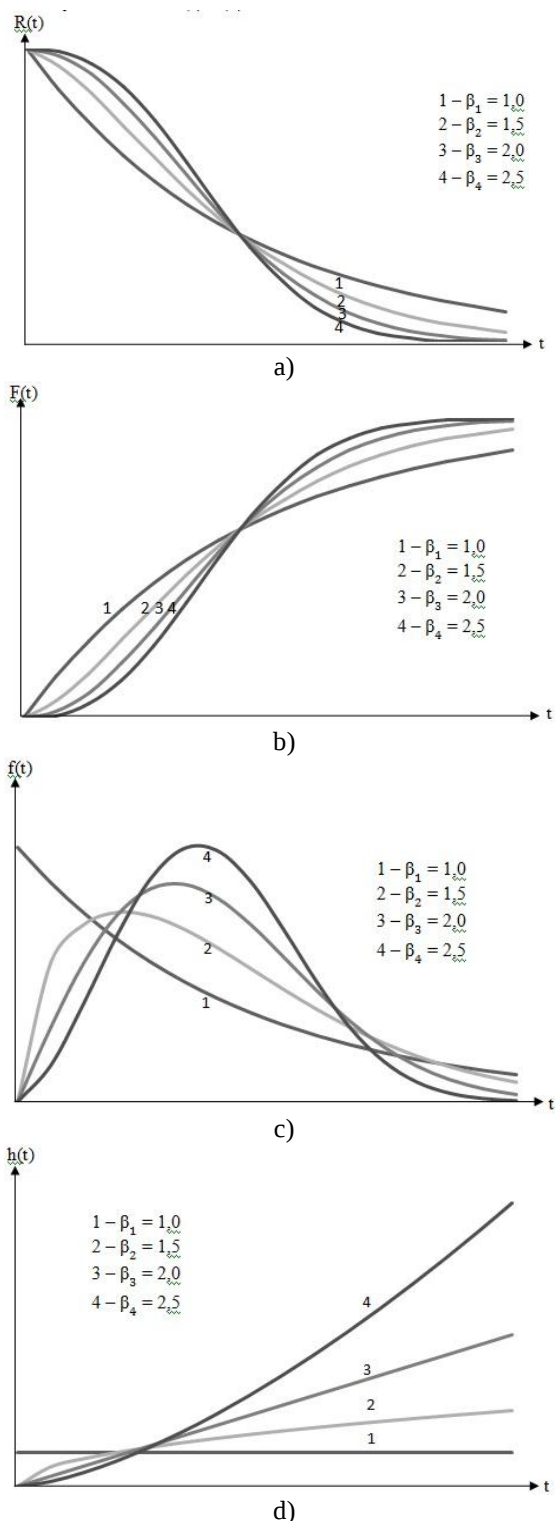


Fig. 5. Dependența funcțiilor de fiabilitate $R(t)$ – a), nefiabilitate $F(t)$ – b), densitatea de repartiție $f(t)$ – c) și hazardul de defectare $h(t)$ – d) ce urmează legea Weibull cu doi parametri

În cazul legii Weibull cu trei parametri funcția de fiabilitate $R(t)$ are forma:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\Theta}\right)^\beta} \quad (13)$$

unde t este timpul, Θ este parametru de scală (durata de viață până când se vor defecta un anumit procent de componente, β este

parametru de formă, iar γ este parametru de localizare (durata minimă de viață).

Funcția de nefiabilitate $F(t)$ are formula:

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (14)$$

Densitatea de repartiție $f(t)$ este dată de funcția:

$$f(t) = \frac{\beta}{\Theta} \left(\frac{t-\gamma}{\Theta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\Theta}\right)^{\beta}} \quad (15)$$

unde t este timpul, Θ este parametru de scală (durata de viață până când se vor defecta un anumit procent de componente, β este parametru de formă, iar γ este parametru de localizare (durata minimă de viață).

Funcția hazard de defectare $h(t)$ are forma:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (16)$$

Reprezentând grafic funcția de fiabilitate $R(t)$, funcția de nefiabilitate $F(t)$, densitatea de repartiție $f(t)$ și funcția hazard de defectare $h(t)$ în cazul legii Weibull cu parametrii $\gamma_1 = 0,3$; $\gamma_2 = 0,8$; $\gamma_3 = 1,3$; $\gamma_4 = 1,8$; $\beta = 2$; $\Theta = 1$ obținem (fig. 6).

CONCLUZII

Deoarece un defect de funcționare nu poate fi niciodată exclus în cadrul unui anumit interval de timp, se poate prevedea o funcționare fără erori. Pentru aceasta se folosesc legile de distribuție ale fiabilității. Analizând aceste 2 legi în parte am observat că distribuția acestora diferă, însă comun este faptul că pentru toate legile de distribuție ale fiabilității, fiabilitatea scade cu timpul, iar nefiabilitatea crește. Cu cât dispersia este mai mică, cu atât fiabilitatea sistemului tehnic este mai mare. Inițial trebuie de găsit funcția de repartiție a defectărilor și stabilită legea de repartiție, iar apoi aflată fiabilitatea și caracteristicile numerice ale acesteia.

BIBLIOGRAFIE

1. Baron T. ș.a. Calitate și fiabilitate. București: Tehnică, 1988, 165 p.
2. Ivas D., Munteanu Fl. Fiabilitate, mentenanță, disponibilitate și performabilitate. România: Prisma, 2000, 422 p.

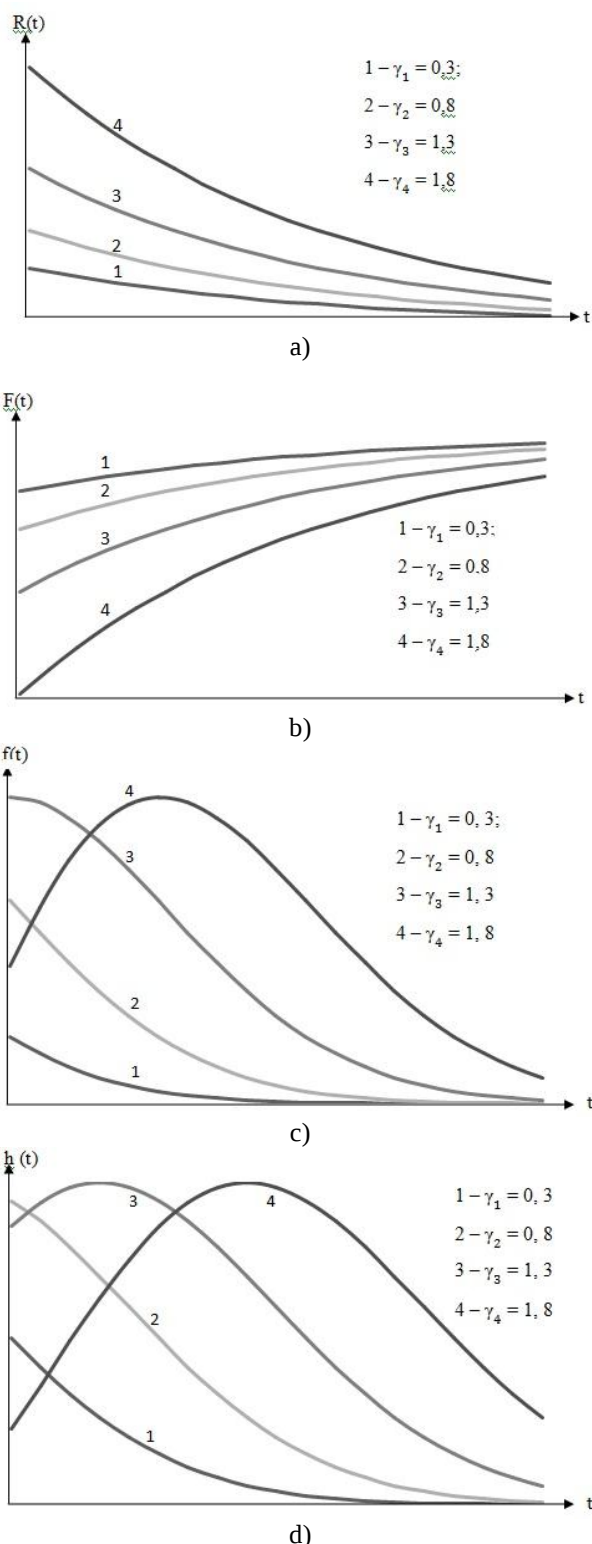


Fig. 6. Dependența funcțiilor de fiabilitate $R(t)$ – a), nefiabilitate $F(t)$ – b), densitatea de repartiție $f(t)$ – c) și hazardul de defectare $h(t)$ – d) ce urmează legea Weibull cu trei parametri

Prezentat la redacție la 4 mai 2015