

УДК 539.374:539.67:534.282

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАССЕЯНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ТРЕХЛОЙНЫМ СТЕРЖНЕМ ПОСРЕДСТВОМ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ

**Мозговой А.В.**

Винницкий государственный педагогический университет имени Михаила Коцюбинского,  
21100, Острожского, 32, Винница, Украина  
e-mail: [mozgovyj@yandex.ua](mailto:mozgovyj@yandex.ua)

Sunt examinate problema directă și inversă de determinare a parametrilor de disipare a energiei mecanice cu ajutorul barei cu trei straturi, precum și parametrii inițiali ai barei utilizate. Metoda propusă permite determinarea randamentului procesului tehnologic de confecționare a organelor de mașini.

Cuvinte-cheie: problemă directă, problemă inversă, bară cu trei straturi, disipare, organe de mașini.

The direct and inverse problems of determining the parameters of a three-layer rod dissipation of mechanical energy and rod's input characteristics are examined. The proposed method allows to determine the efficiency of technological processes of manufacturing of machine parts.

Keywords: direct problem, inverse problem, three-layer rod, dissipation, machine parts.

### ВВЕДЕНИЕ

Использование современных технологий значительно улучшило эксплуатационные свойства конструкционных материалов. Особую роль при этом играют физико-химические процессы, происходящие в материале и его поверхностных слоях. Значительная часть научных исследований посвящена изучению этих процессов, происходящих при изготовления деталей и их эксплуатации. При этом используются различные методы, методики, разработан ряд теорий. Обеспечить надежную работу деталей и механизмов возможно при наличии реального прогноза поведения материала или детали в условиях, соответствующих режимам их эксплуатации.

Одним из структурно-чувствительных экспериментальных методов исследований является метод, в основу которого положено рассеяние механической энергии при свободных механических колебаниях. Теоретическая методика оценки эффективности технологических процессов, физико-механических характеристик используемых материалов возможна при наличии адекватной математической модели.

В работе исследованы свободные затухающие колебания трехслойных

стержней в зависимости от модулей упругости, декрементов колебания каждого слоя, форм колебаний и конструктивных размеров.

### МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЙ

Одной из ответственных деталей в авиационных газотурбинных двигателях (ГТД) является пустотелый вал вентилятора. В технологическом процессе изготовления в современных условиях используется финишная обработка – поверхностное пластическое деформирование алмазным наконечником. В работах [1-4] рассмотрены общие закономерности формирования физико-механических и структурных свойств поверхностного слоя валов ГТД.

После обработки выглаживанием металл стенки вала имеет три зоны. Их можно рассматривать как условные слои с разными механическими свойствами. Два внешних слоя упрочнены поверхностным деформированием, средний слой имеет большую пластичность и меньший модуль упругости по сравнению с поверхностными слоями.

В работах [5-7] представлены исследования влияния режимов алмазного выглаживания на рассеяние энергии механических колебаний инфра- и звуковой частоты стали 07X12H2МБФ. Показано, что при изменении температуры

и амплитуды деформации свободные крутильные затухающие колебания чувствительны к структурным изменениям в материале, в том числе, при разных усилиях прижима алмазного наконечника к поверхности детали.

На температурных зависимостях внутреннего трения наблюдаются небольшие пики и перегибы как в низкотемпературной, так и в высокотемпературной областях.

Увеличение и уменьшение амплитуды деформации в процессе измерения амплитудной зависимости внутреннего трения приводит к появлению гистерезиса хода кривых, появление и площадь которого зависит от амплитуды деформации и предварительной термомеханической обработки.

В работе [8] исследовано влияние режимов алмазного выглаживания на характер затухающих колебаний стержней, временные зависимости величины амплитуды, частоты и декремента колебаний.

Теория рассеяния механической энергии в материалах рассмотрена в работах Я.Г. Пановка, Г.С. Писаренка, Е.С. Сорокина, В.В. Хильчского, В.Г. Дубенца. Методы нелинейной механики используют при анализе колебаний, учитывая рассеяние энергии. Аналитические методы разработаны в работах Г.С. Писаренка, М.В. Василенка, В.В. Матвеева и других.

Сложное влияние технологических факторов на эксплуатационные свойства материалов и деталей механизмов возможно исследовать с помощью математической модели, разработанной для трехслойного стержня.

Стенки вала ГТД рассматриваются как трехслойные, со слоями, имеющими близкие модули упругости. Модель базируется на гипотезе плоских сечений. Используются модели слоистых стержней, рассмотренные в работе В.В. Хильчского и В.Г. Дубенца [9].

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛЬНОГО СТЕРЖНЯ С ТРЕМЯ СЛОЯМИ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ

Рассмотрим трехслойный стержень со слоями разной толщины и разными механическими свойствами. Примером может служить стержень, вырезанный из вала ГТД вдоль оси вала, который прошел полный технологический цикл изготовления.

Материал вала не идеально упругий. Модуль упругости для каждого слоя представляется комплексной величиной. Комплексную часть определим по формуле для декрементов затухания каждого слоя:  $\delta = \pi \frac{E_k}{E_d}$ . Отсюда модуль

Юнга будет определяться по формуле  $E = E_d + E_k \cdot i$ .

Для определения собственных форм и частот на выбранных формах трехслойного стержня примем:  $i = \sqrt{-1}$ ,  $A_1 = 10^{-2}$ ,  $J = 10^{-5}$ ,  $\nu = 0,25$ , плотность материала -  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ . Значение декрементов для среднего и внешних слоев, соответственно, равны:  $\delta_1 = 0,002568$  и  $\delta_2 = 0,000494$ . Модули упругости тогда будут иметь значения:  $E_1 = 2,08 \cdot 10^{11} + 0,17 \cdot 10^{09} \cdot i$  для среднего и  $E_2 = 3,18 \cdot 10^{11} + 0,05 \cdot 10^{09} \cdot i$  для внешних слоев. Тогда  $G_1 = \frac{E_1}{(1+\nu) \cdot 2}$ ,  $G_2 = \frac{E_2}{(1+\nu) \cdot 2}$ ,

$$\lambda_1 = 2\nu \frac{G_1}{(1-2\nu)}, \lambda_2 = 2\nu \frac{G_2}{(1-2\nu)}.$$

Количество элементов примем 15. Размеры конечного элемента стержня будут:  $a = 0,18 \cdot 10^{-3}$ ,  $b = 0,23 \cdot 10^{-3}$ , длина рабочей части стержня -  $L = 0,03$ .

Коэффициенты аппроксимации определяются формулами:  $\beta_1 = \frac{4}{3L}$ ;

$$\beta_2 = \frac{8}{7L}; \beta_3 = \frac{8}{7L}; \alpha_1 = 8 \frac{L}{15}; \alpha_2 = 104 \frac{L}{405};$$

$$\alpha_3 = 104 \frac{L}{405}; \quad \alpha_4 = 104 \frac{L}{405}; \quad \gamma_1 = \frac{-2}{9};$$

$$\gamma_2 = \frac{-7}{9}; \quad \gamma_3 = \frac{-7}{9}; \quad \gamma_4 = \frac{-2}{9}; \quad m_p = \rho A_1.$$

Зададим распределение модулей материалов, элементов:

$$E - (E2 \ E2 \ E2 \ E2 \ E1 \ E1 \ E1 \ E1 \ E1 \ E1 \ E1 \ E2 \ E2 \ E2 \ E2)^T;$$

$$G - (G2 \ G2 \ G2 \ G2 \ G1 \ G1 \ G1 \ G1 \ G1 \ G1 \ G1 \ G2 \ G2 \ G2 \ G2)^T;$$

$$\lambda - (\lambda 2 \ \lambda 2 \ \lambda 2 \ \lambda 2 \ \lambda 1 \ \lambda 1 \ \lambda 1 \ \lambda 1 \ \lambda 1 \ \lambda 1 \ \lambda 1 \ \lambda 2 \ \lambda 2 \ \lambda 2 \ \lambda 2)^T.$$

Толщину слоев можно регулировать, изменяя режим технологического процесса. Параметры матрицы комплексных модулей материалов слоев будут (при этом учитываются все компоненты тензора напряжений):

$$c11_{ie} = 2G_{ie} + \lambda_{ie}; \quad c12_{ie} = \lambda_{ie}; \quad c21_{ie} = \lambda_{ie};$$

$$c44_{ie} = G_{ie};$$

$$c22_{ie} = c11_{ie}; \quad c13_{ie} = \lambda_{ie}; \quad c31_{ie} = \lambda_{ie};$$

$$c55_{ie} = G_{ie};$$

$$c33_{ie} = c11_{ie}; \quad c23_{ie} = \lambda_{ie}; \quad c32_{ie} = \lambda_{ie};$$

$$c66_{ie} = G_{ie}.$$

Коэффициенты перемещений в сечении будут определяться так:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 49 \cdot a \cdot b - 7 \cdot a \cdot b & a \cdot b & -7 \cdot a \cdot b \\ -7 \cdot a \cdot b & 49 \cdot a \cdot b & -7 \cdot a \cdot b & a \cdot b \\ a \cdot b & -7 \cdot a \cdot b & 49 \cdot a \cdot b & -7 \cdot a \cdot b \\ -7 \cdot a \cdot b & a \cdot b & -7 \cdot a \cdot b & 49 \cdot a \cdot b \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{36}$$

$$\theta = \begin{pmatrix} -7 \cdot b & 7 \cdot b & -b & b \\ -7 \cdot b & 7 \cdot b & -b & b \\ b & -b & 7 \cdot b & -7 \cdot b \\ b & -b & 7 \cdot b & -7 \cdot b \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\delta = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} -7 \cdot a & a & -a & 7 \cdot a \\ a & -7 \cdot a & 7 \cdot a & -a \\ a & -7 \cdot a & 7 \cdot a & -a \\ -7 \cdot a & a & -a & 7 \cdot a \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} & -\frac{a}{3 \cdot b} & \frac{a}{3 \cdot b} & -7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} \\ -\frac{a}{3 \cdot b} & 7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} & -7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} & \frac{a}{3 \cdot b} \\ \frac{a}{3 \cdot b} & -7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} & 7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} & -\frac{a}{3 \cdot b} \\ -7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} & \frac{a}{3 \cdot b} & -\frac{a}{3 \cdot b} & 7 \cdot \frac{a}{3 \cdot b} \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} & -7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} & \frac{b}{3 \cdot a} & -\frac{b}{3 \cdot a} \\ -7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} & 7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} & -\frac{b}{3 \cdot a} & \frac{b}{3 \cdot a} \\ \frac{b}{3 \cdot a} & -\frac{b}{3 \cdot a} & 7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} & -7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} \\ -\frac{b}{3 \cdot a} & \frac{b}{3 \cdot a} & -7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} & 7 \cdot \frac{b}{3 \cdot a} \end{pmatrix}$$

Построим матрицу жесткости и масс элемента. Получив матрицу индексов, сформируем динамическую матрицу жесткости. Определим собственные числа и частоту колебаний.

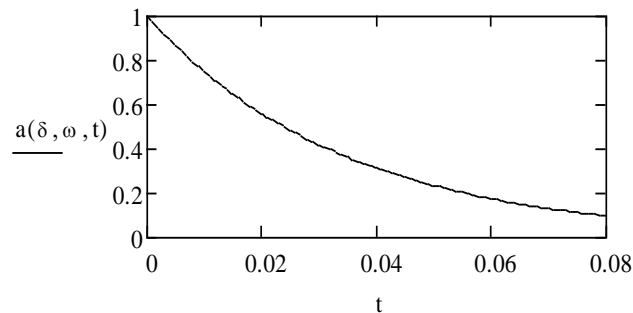


Рис. 1. Временная зависимость амплитуды свободных колебаний трехслойного стержня, полученная теоретическим методом

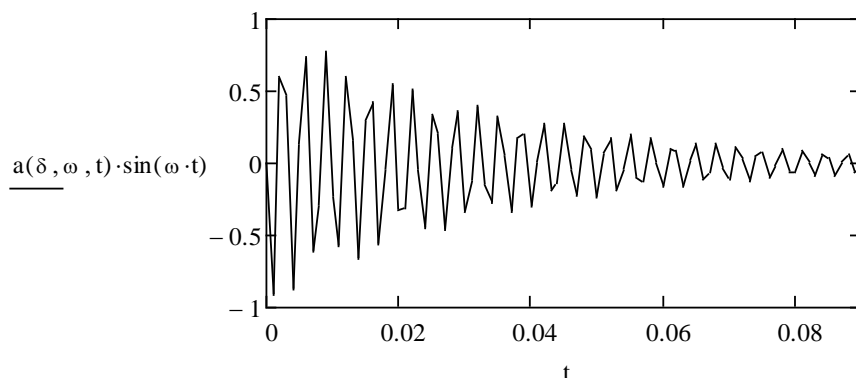


Рис. 2. Осциллограмма свободных колебаний трехслойного стержня, полученная теоретическим методом

Используя зависимость [10,11] между амплитудой колебаний, декрементом и частотой  $\frac{d}{dt}a + \delta \cdot \omega \cdot a = 0$ ,

где  $\omega = 2\pi f$ , получим выражение для определения амплитуды  $a(\delta, \omega, t) = e^{-\delta \cdot \omega \cdot t}$ . Минимальное значение собственных частот и соответствующие им значение логарифмического декремента, дают возможность построить временные зависимости амплитуды свободных затуханий и их осциллограмму.

На рис. 1 представлена кривая временной зависимости амплитуды свободных колебаний консольного трехслойного стержня, полученная на основании работы представленной модели.

Полученные зависимости позволяют построить осциллограмму колебаний, представленную на рис. 2.

Эти кривые представляют результаты работы математической модели и есть прямое решение задачи определения колебаний трехслойного стержня с

известными модулями упругости и декрементов материалов слоев, а также их конструктивных размеров и форм колебаний.

### ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Изготовление деталей происходит по специальным технологическим схемам, которые обеспечивают выходные эксплуатационные параметры готового изделия. Возможность получить исходные показатели физико-механических характеристик материалов, из которых изготавливают детали, их структуры, при заданных выходных показателях является одной из важных конструкторских задач. В своей постановке такая задача относится к обратным задачам. Решение таких задач потребует создания теоретической модели, алгоритм работы которой описан выше.

В таблице приведены расчеты входных значений модуля упругости верхних упрочненных слоев.

Результаты работы теоретической модели расчета свободных колебаний трехслойного стержня из вала ГТД

$E_1$ , Па	$E_2$ , Па	$E_1/E_2$	t, с	$\delta$	f, Гц
$2,08 \cdot 10^{11}$	$4,01 \cdot 10^{11}$	0,5	0,2	0,001076	3990
$2,08 \cdot 10^{11}$	$3,18 \cdot 10^{11}$	0,65	0,15	0,001244	3695
$2,08 \cdot 10^{11}$	$2,99 \cdot 10^{11}$	0,7	0,13	0,001617	3624

Из таблицы видно, что увеличение модуля упругости поверхностного слоя уменьшает логарифмический декремент затухающих колебаний консольного

стержня. При этом время полного затухания и частота колебаний увеличиваются. Задавая необходимые параметры рассеяния механической

энергии образцом, можно определить входные физико-механические свойства материалов, внося при необходимости изменения в режимы технологического цикла изготовления детали.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве метода решения прямой задачи в работе использован метод конечных элементов. Предлагаемая модель рассеивания внутренней энергии консольного трехслойного стержня позволяет решить обратную задачу определения модулей упругости, логарифмического декремента каждого слоя, их зависимость от режимов технологического цикла.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Богуслаев В. А., Яценко В. К., Притченко В. Ф. Технологическое обеспечение и прогнозирование несущей способности деталей ГТД. Киев: Манускрипт, 1993. 333 с.
2. Торбило В. М. Алмазное выглаживание. Москва: Машиностроение, 1972. 105 с.
3. Мозговой В. Ф., Титов В. А., Качан А. Я. Особенности комплексной оценки деформационных параметров поверхностного слоя при изготовлении тонкостенных валов ГТД. Технологические системы, 2000, №2(4), с. 56-66.
4. Богуслаев В. А., Титов В. А., Качан А. Я. и др. Формирование поверхностного слоя деталей выглаживанием с ультразвуковым нагружением. Запорожье: АО Мотор Сич, 2012. 236 с.
5. Мозговой А. В. Оценка эффективности обработки поверхности

стали при помощи механической спектроскопии. *Металловедение и термическая обработка металлов*, 2012, № 5, с. 51-55.

6. Мозговой О. В., Мозговой В. Ф., Качан О. Я. Титов В. А. Вплив обробки поверхні пластичним деформуванням на параметри внутрішнього тертя в сталях. *Вестник двигателестроения*, 2003, №1, с. 96-99.

7. Мозговой О. В., Титов А. В. Вплив поверхневого пластичного деформування на температурний спектр внутрішнього тертя сталі 07X12НМБФ. *Обработка материалов давлением: сборник научных трудов*. Краматорск: ДГМА, 2010, №3(24), с. 122-125.

8. Титов В. А., Мозговой О. В. Вплив алмазного вигладжування поверхні сталей на розсіяння механічної енергії. *Вестник национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт»*. Машиностроение. Киев: НТУУ «КПИ», 2008, №54, с. 131-140.

9. Хильчевский В. В., Дубенець В. Г. Рассеяние энергии при колебаниях тонкостенных элементов конструкций. Киев: Вища школа, 1977. 250 с.

10. Мозговой О. В. Експериментальне і теоретичне оцінювання ефективності механічної обробки поверхні алмазним вигладжуванням. *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»*. Серія Машинобудування. Киев: НТУУ «КПИ», 2011, №62, с. 81-84.

11. Мозговой А. В. Использование рассеяния механической энергии при оценке эффективности обработки поверхности стали алмазным выглаживанием. *Fizica și Tehnica: procese, modele, experimente*, 2011, №2. с. 12-17.

Prezentat la redacție la 26 noiembrie 2013